

Ana-Rosa
Gómez Calvet
José-Agustín
Piñol Espasa
Universidad de Valencia

UNA NOTA SOBRE COBERTURA DEL RIESGO DE TIPOS DE INTERES CON CONTRATOS DE FUTURO

1. *Introducción.*—2. *Coberturas perfectas e imperfectas.*—3. *Elección de la clase de contrato de futuro: el riesgo de correlación.*—4. *El ratio de cobertura en base al método de la mínima varianza: fundamento analítico.*—5. *El ratio de cobertura en base al método de la mínima varianza: fundamento económico.*—5.1. *Relación entre nominales.*—5.2. *Divergencia entre duraciones.*—5.3. *El coeficiente de regresión.*—6. *Conclusiones.*—*Anexo.*—*Bibliografía.*

RESUMEN

LA actividad de cobertura supone la toma de posturas en dos mercados en estrecha relación, de manera que las pérdidas de una posición sean compensadas con los beneficios obtenidos en la otra. En este artículo se analizan dos aspectos relativos a la cobertura de riesgos de tipos de interés a corto plazo con contratos de futuro: el primero de ellos hace referencia al análisis del riesgo de correlación y a la elección de la clase de contratos de futuro más adecuado, mientras que el segundo se centra en la determinación del número de contratos de futuro necesarios para cubrir una posición de contado, esto es, del «ratio de cobertura». No existe ningún procedimiento para calcular de manera exacta dicho ratio, aunque se dispone de diversos métodos de estimación del mismo; de entre ellos, este estudio se circunscribe al denominado Método de la Míni-

recibido en abril de 1995.

aceptado definitivamente en mayo de 1995.

ma Varianza, enfocando el tema desde dos vertiente, una analítica y otra económica.

PALABRAS CLAVE

Cobertura, Método de la Mínima Varianza, futuros, base, riesgo de correlación, *ratio* de cobertura.

1. INTRODUCCION

La actividad de cobertura supone la toma de posturas en dos mercados en estrecha relación, de manera que las pérdidas en una posición sean compensadas con los beneficios obtenidos en la otra. En el marco en que se ubica este análisis, uno de tales mercados es el de tipos de interés a corto plazo al contado, mientras que el otro es el de futuros sobre tipos de interés vinculados a depósitos interbancarios; la cobertura dará lugar a lo que en terminología financiera se conoce como *posición real o de contado y posición en futuros*, para hacer referencia a la mantenida en uno y otro mercado, respectivamente.

El objetivo que se persigue al efectuar una cobertura con futuros es eliminar total o parcialmente el riesgo de resultados adversos previstos en la operación de contado. Pero su realización también supone la eliminación de la posibilidad de obtener beneficios en tal operación: si los tipos de interés no sufren variaciones, o evolucionan de forma favorable a la operación principal (esto es, la posición de contado), la operación de cobertura conducirá a una reducción o incluso abolición de los beneficios inesperados. No obstante, la única motivación de quien pretende asegurarse un tipo de interés para un momento futuro debe ser evitar los perjuicios ocasionados por la evolución desfavorable de aquél, y no la obtención de beneficios extraordinarios. Ello resulta obvio, puesto que la filosofía de una cobertura con futuros es precisamente efectuar una operación con contratos de futuro de sentido inverso a la mantenida en el mercado de contado, de forma que si en ésta se generan resultados negativos, en la vinculada al mercado de futuros se experimenten beneficios, y viceversa¹.

¹ No obstante, como más adelante expondremos, podrían darse una serie de circunstancias muy específicas que condujeran a la realización de operaciones de contado y de

En este artículo se pretende profundizar en dos aspectos de crucial importancia a tener en cuenta a la hora de construir coberturas con futuros sobre tipos de interés a corto plazo. El primero de ellos hace referencia al análisis del riesgo de correlación y a la elección de la clase de contratos de futuro más adecuado (epígrafe 3), y el segundo a la determinación del número de contratos de futuro necesarios para cubrir una posición de contado, esto es, a la determinación del «*ratio* de cobertura» (epígrafes 4 y 5). No existe ningún procedimiento para calcular de manera exacta dicho *ratio*, aunque se dispone de diversos métodos de estimación del mismo; de entre ellos, vamos a analizar el denominado Método de la Mínima Varianza, destinado principalmente a la gestión de tipos de interés a corto plazo; tal estudio lo abordaremos en dos fases: en primer lugar, se tratará la cuestión desde una vertiente estrictamente analítica (epígrafe 4), y en segundo lugar, se profundizará en las variables económicas que intervienen en la determinación del citado *ratio* (epígrafe 5).

Como preámbulo a las cuestiones objeto de análisis se efectúa, en el epígrafe 2, un ejemplo de «cobertura perfecta»; si bien este tipo de coberturas rara vez se podrá instrumentar en la práctica, sí es cierto que su observación permite enfocar el tema de una manera clara y directa.

2. COBERTURAS PERFECTAS E IMPERFECTAS

Se entiende por «cobertura perfecta» aquella que, bajo unas determinadas condiciones, hace posible que los resultados de la posición de contado sean de la misma cuantía pero de sentido contrario a los obtenidos en la posición de futuro, de forma que la ganancia (pérdida) obtenida en la posición de futuro compense *exactamente* la pérdida (ganancia) de la de contado; tal circunstancia permitirá, por ejemplo, que, en una operación de endeudamiento, prevista para un momento posterior al actual, el coste de captación de fondos no se vea incrementado respecto al vigente en el instante en que se proyecte tal operación y su correspondiente cobertura.

futuro del mismo sentido. Aunque desde el punto de vista teórico son fáciles de construir, es muy difícil que tales circunstancias se verifiquen en la práctica. por lo que en la bibliografía sobre el tema no se suele hacer alusión a este supuesto.

A continuación, exponemos un ejemplo que ilustra una cobertura sencilla construida con contratos de futuros: el director financiero de una empresa, que prevé endeudarse dentro de un mes con un préstamo a tipo de interés flotante (por ejemplo, MIBOR a tres meses + 1 %) durante un trimestre, está preocupado por la posible evolución ascendente del tipo de referencia aplicable al préstamo, por lo que decide cubrirse desde el momento actual contra esta posible contingencia mediante la toma de una posición a corto (obligación futura de venta del subyacente) en contratos de futuros sobre el MIBOR a noventa días². Si, llegado el vencimiento del futuro, los tipos de interés, y por tanto el coste del préstamo, aumentan, el precio del contrato de futuro disminuirá, y en consecuencia se obtendrán beneficios en este mercado al cerrar la posición abierta en el mismo (operación que se realiza mediante la compra de nuevos contratos de futuros). Ahora bien, si el MIBOR a tres meses desciende, los beneficios obtenidos en la posición de contado se verán compensados con las pérdidas derivadas de la posición de futuro. La conclusión es que, tanto en una como en otra situación, los resultados de ambas posiciones, al ser de sentido opuesto, y, en su caso, de la misma cuantía, se compensan mutuamente, garantizándose, por tanto, un coste del endeudamiento igual al que supondría endeudarse en el momento de efectuar la cobertura al nivel de precios implícito en el contrato de futuro, con independencia del nivel *spot* de los mismos en fechas posteriores. Para dejar constancia de lo expuesto, vamos a poner cifras a nuestro ejemplo:

² Por *cobertura a corto* se entiende aquella que pretende protección frente a un alza en los tipos de interés, y por tanto torna posturas a corto (de venta) en futuros; mientras que en las coberturas a largo se toman posturas a largo (de compra) en futuros, a fin de obtener protección frente a un descenso en los tipos de interés.

MERCADO DE CONTADO	MERCADO DE FUTURO
<p>Operaciones</p> <p>1 de enero: La empresa prevé endeudarse dentro de un mes, en 150 millones de pesetas, durante tres meses, siendo el actual coste del préstamo para entidades de su <i>rating</i> del 9 % (MIBOR'90 a 1 de enero, 8 %, más 1 % de margen).</p> <p>1 de febrero: La empresa se endeuda en 150 millones a tres meses al 12 % (MIBOR'90 a 1 de febrero, 11 %, más 1 % de margen).</p> <p>Resultados</p> <ul style="list-style-type: none"> - Coste previsto en base a la situación inicial del mercado: 9 %, lo que supone unos intereses de 3.375.000 pesetas ($150.000.000 \cdot 0'09 \cdot 90/360$). - Coste real: 12 %, lo que equivale a 4.500.000 de pesetas en concepto de intereses ($150.000.000 \cdot 0'12 \cdot 90/360$). - Incremento del coste = 1.125.000 pesetas = pérdida en el mercado de contado. 	<p>Operaciones</p> <p>1 de enero: Para evitar incrementos del coste del endeudamiento, decide vender 15 contratos de futuros sobre el MIBOR a noventa días (lo que equivale a un nominal de los millones de pesetas) con vencimiento en marzo, siendo la cotización de dicho contrato a 1 de enero del 91'25 %, y por tanto el tipo de interés implícito del 8'75 % ($100 \% - 91'25 \%$). Se escoge el vencimiento marzo porque en éste mes vendería el contrato de futuro de MEFF más próximo a la fecha de toma del préstamo.</p> <p>1 de febrero: La empresa compra 15 contratos de futuros, vencimiento marzo, al 88'25 % (cotización del contrato a 1 de febrero), y por tanto al tipo de interés implícito del 11'75 % ($100 \% - 88'25 \%$), deshaciendo la posición inicialmente mantenida.</p> <p>Resultados</p> <ul style="list-style-type: none"> - Ganancia en el mercado de futuros: 300 ticks ($91'25 - 88'25 = 3$ puntos = 300 ticks), lo que equivale a 1.125.000 pesetas ($300 \text{ ticks} \cdot 250 \text{ ptas/tick} \cdot 15 \text{ contratos}$).

El ejemplo expuesto ha verificado una serie de condiciones que han permitido que la cobertura realizada haya sido perfecta. Las condiciones que posibilitan una «cobertura perfecta» hacen referencia, por una parte, a la existencia de un contrato de futuro cuyo subyacente coincide con el de la posición a cubrir (esto es, en nuestro ejemplo, un depósito sobre el MIBOR a tres meses), lo cual permite la eliminación del «riesgo de corre-

lación»; y, por otra, a la paralela evolución de los precios en el mercado de contado y de futuro del activo subyacente, lo cual anula el «riesgo de base». Surgen, pues, dos nuevos conceptos de riesgo cuya naturaleza está vinculada al intento de gestionar el riesgo inicial de tipo de interés de la posición descubierta.

En consecuencia, se puede concluir que la cobertura con futuros transforma el riesgo de tipo de interés existente *a priori* en la posición descubierta en: a) un «riesgo de base», esto es, el derivado de la variación en cada momento del tiempo de la diferencia entre los precios de futuro y de contado del activo subyacente al contrato de futuro (en otras palabras, entre el precio del contrato de futuro y el *spot* de su subyacente)³; y b) un «riesgo de correlación» entre los precios *spot* del instrumento objeto de cobertura y del activo subyacente al contrato de futuro.

Tanto el riesgo de correlación como el riesgo de base son, en su caso, factores que provocan la no coincidencia entre el precio que, una vez cubierta la posición de contado, se prevé para la misma en el momento futuro de su desarrollo, y el que realmente se vaya a obtener en tal instante; la diferencia tendrá su origen, precisamente, en la alteración de la base y/o en la imperfecta correlación entre el precio del activo a cubrir y el del que actúa como subyacente al contrato de futuro. Dicho resultado, caso de verificarse la desigualdad entre aquellos precios, será reflejo de que la cobertura está lejos de ser perfecta. Como ya se ha dicho, entendemos por cobertura perfecta aquella que proporciona un resultado global nulo, es decir, una compensación exacta entre los resultados obtenidos en la posición de contado y de futuro. Las coberturas imperfectas pueden dar lugar a resultados globales positivos o negativos, o lo que es lo mismo, situaciones en las que la operación de cobertura va acompañada de la obtención de beneficios o pérdidas extraordinarias, respectivamente.

3. ELECCION DE LA CLASE DE CONTRATOS DE FUTURO: EL RIESGO DE CORRELACION

Una cobertura eficiente exigirá la utilización de aquella clase de contrato de futuro tal que el esquema temporal de las variaciones del precio

³ El concepto de «base» se define tanto por la diferencia entre el precio del contrato de futuro y el precio *spot* del activo subyacente al mismo, como por la opuesta (precio de contado menos precio de futuro). Consecuencia de esta divergencia conceptual es simplemente el distinto signo de la base según una u otra definición.

de contado del subyacente sea lo más parecido posible al de las variaciones del precio de contado del instrumento financiero o tipo de interés de referencia vinculado a la operación o postura de contado que se desee cubrir. Cuanto mayor sea la similitud entre la evolución de ambas series de precios de contado, mejor («más perfecta») será la cobertura.

Dado que el número de distintas clases de contratos de futuro existente en los mercados es reducido, la cobertura se efectuará generalmente mediante la utilización de contratos cuyo subyacente no será el mismo que el activo o pasivo financiero a cubrir. Efectivamente, en la realidad es muy difícil conseguir coberturas perfectas, entre otras cosas porque el número de clases distintas de contratos de futuro establecidos por cada mercado es muy limitado en relación a la multiplicidad de tasas y plazos que pueden definirse en las operaciones reales susceptibles de protección; de ahí que, entre la gama de clases de contratos de futuro disponibles, deba elegirse cuidadosamente el más adecuado a cada tipo de operación de contado a cubrir. Sólo en escasas ocasiones será posible efectuar «coberturas directas», esto es, coberturas en las que el instrumento a proteger coincida con el subyacente al contrato de futuro.

Como caso habitual, a lo que se podrá acceder será a una *cobertura cruzada*, y en consecuencia a la exposición al riesgo originado por la imperfecta correlación entre los precios *spot* del instrumento objeto de cobertura y del subyacente al contrato de futuro (*riesgo de correlación*). En consecuencia, antes de llevar a cabo una estrategia de cobertura, es necesario verificar que la correlación de precios *spot* entre el instrumento a proteger y el subyacente al contrato de futuro elegido sea significativa; de lo contrario, la cuantía del riesgo de correlación podría incluso superar a la del riesgo de interés que se intenta eliminar con la realización de la cobertura.

En definitiva, a la hora de decidir qué contrato de futuro escoger entre los disponibles, se deberá realizar un análisis cuidadoso de la «relación» existente entre las cotizaciones *spot* del instrumento de contado y de los distintos subyacentes a las diversas clases de contratos de futuro definidos en el correspondiente mercado; si éste ofrece una gama amplia de clases de contratos de futuro (esto es, de distintos subyacentes), este tipo de riesgo podrá minimizarse efectuando un adecuado análisis de la correlación entre las series de la tasa a cubrir y la vinculada a cada clase de futuro (ambas *spot*), llegando incluso a ser nulo en el supuesto de existir un contrato cuyo activo o tipo de interés básico coincida con el que se pretende cubrir.

La «relación» o variación conjunta de una variable respecto a otra se mide estadísticamente a través de la correlación entre ambas. Para determinar si existe o no correlación entre dos series de datos, así como el

sentido de la misma, se suele utilizar el coeficiente de correlación lineal, que se define de la siguiente forma:

$$\frac{\text{cov}(x, y)}{\sigma_x \cdot \sigma_y} \quad [3.1]$$

siendo: $\text{cov}(x, y)$ la covarianza entre las variables « x » e « y »; σ_x la desviación típica de la variable « x »; y σ_y la desviación típica de la variable « y ».

Si el coeficiente de correlación lineal es de signo positivo, ello indica que las dos series de datos se mueven en el mismo sentido, esto es, al crecer la variable « x » también lo hace la « y », mientras que si la primera decrece, la segunda también lo hará. Un coeficiente nulo será señal de una total independencia de los movimientos de una serie respecto a la otra. Y si es negativo significará que ambas series se mueven en sentido contrario —esto es, cuando una crezca, la otra decrecerá, y viceversa.

La intensidad de la correlación vendrá determinada por el valor que tome el coeficiente de correlación; éste puede situarse entre -1 y $+1$. Un coeficiente de -1 indica una correlación perfecta de sentido negativo, y un coeficiente de $+1$ indica una correlación perfecta positiva.

El coeficiente de correlación se elabora en base a series de datos históricos, por lo que, si bien plasma el comportamiento pasado de una variable respecto a otra, no es garantía suficiente para asegurar que tal relación seguirá manteniéndose en el futuro. A pesar de esta crítica, tal coeficiente constituye un eficaz instrumento de ayuda a la hora de determinar la covariación entre dos variables.

Generalmente, para establecer la intensidad de la relación, se suele trabajar con el coeficiente de correlación elevado a la segunda potencia (R^2), estadístico conocido como «bondad del ajuste» o «coeficiente de determinación», el cual indica el porcentaje de cambio de una variable causado por cambios en la otra bajo la hipótesis de que una de ellas determina causalmente a la otra. A efectos de elección del contrato de futuro para efectuar una determinada cobertura, este coeficiente indica la efectividad de utilizar dicho contrato para cubrir una posición de contado⁴. En consecuencia, se escogerá aquel contrato de futuro cuya R^2 , en relación a la serie de contado a cubrir, sea más elevada, siendo el caso más general —e incluso podríamos decir el único en la práctica— que dicha R^2 provenga de un coeficiente de correlación lineal positivo; no obstante, podría ocurrir —por lo menos desde el punto de vista teórico— que derivase de un coeficiente negativo; en tal situación, la estrategia de cobertu-

⁴ FITZERALD, D.M. (1983: pág. 55).

ra sería justo la opuesta a la que se realizaría en el caso general en el que se diese una covarianza positiva en los precios *spot*. En el anexo se analiza este supuesto por medio de un ejemplo, comparándolo con aquel otro en que el coeficiente fuese positivo.

4. EL RATIO DE COBERTURA EN BASE AL METODO DE LA MINIMA VARIANZA: SU FUNDAMENTO ANALITICO

Una vez analizado qué clase de contrato de futuro es el más adecuado para cubrir una determinada posición de contado, el siguiente paso será la determinación del número de contratos a comprar o vender, a fin de cubrir de la mejor forma posible el riesgo que pretenda protegerse. Se denomina *ratio de cobertura (hedge ratio)* al número de contratos sobre el que se deberá adoptar una postura a fin de conseguir una cobertura eficiente.

Realmente, no existe ningún procedimiento para calcular de manera exacta este *ratio*, aunque sí diversos métodos de estimación del mismo. A continuación vamos a analizar el denominado *Método de la Mínima Varianza*, aplicado principalmente a la gestión de tipos de interés de corto plazo⁵.

La metodología de minimización de varianzas la expuso Chance⁶, basándose en trabajos de Johnson y Stein Minimizando el riesgo de cambio del valor de la posición cubierta⁷, medido a través de la varianza, se obtiene una expresión que proporciona el número de contratos de futuros necesario para realizar la cobertura. Veámoslo: si se produce una variación de los tipos de interés, el valor de la posición cubierta se verá alterado de la forma siguiente⁸:

⁵ En la bibliografía consultada también se consideran otros métodos para el cálculo del *ratio* de cobertura, como el del «factor de conversión», el de la «duration», el de las «perturbaciones», etc. (ver FITZGERALD [1983], pág. 75; CARROLL [1989], pág. 149). No obstante, dichos métodos suelen utilizarse para el caso de gestión de tipos de interés a largo plazo. Es por ello que los obviamos en un análisis como éste, centrado en el corto plazo.

⁶ CHANCE, D.M. (1989: pág. 379).

⁷ Se entiende por «posición cubierta» la cartera integrada por la posición de contado junto con la de futuro que sirve de cobertura a aquella. Al hablar de «posición descubierta» haríamos referencia únicamente a la posición de contado cuyo riesgo de tipo de interés todavía no se ha cubierto.

⁸ Esta expresión, como más adelante se expone, sólo es válida para el caso de coberturas a corto (esto es, posturas de venta en contratos de futuro).

$$\Delta V = \Delta P_{PC} + \Delta P_{CF} \cdot n_F \quad [4.1]$$

siendo:

- ΔV = Variación en el valor de la posición cubierta.
 ΔP_{PC} = Variación en el valor de la posición a contado.
 ΔP_{CF} = Variación en el valor de un contrato de futuro.
 n_F = Número de contratos de futuro.

En consecuencia, el riesgo asociado al cambio de valor de la posición cubierta, medido a través de la varianza, es el siguiente:

$$\sigma_{\Delta V}^2 = \sigma_{\Delta P_{PC}}^2 + n_F^2 \cdot \sigma_{\Delta P_{CF}}^2 + 2 \cdot n_F \cdot \sigma_{\Delta P_{PC} \Delta P_{CF}} \quad [4.2]$$

siendo

- $\sigma_{\Delta V}^2$ = Varianza de ΔV .
 $\sigma_{\Delta P_{PC}}^2$ = Varianza de ΔP_{PC} .
 $\sigma_{\Delta P_{CF}}^2$ = Varianza de ΔP_{CF} .
 $\sigma_{\Delta P_{PC} \Delta P_{CF}}^2$ = Covarianza entre ΔP_{CF} y ΔP_{PC} .

El valor de n_F que minimiza la varianza del cambio de valor de la posición cubierta puede calcularse derivando la expresión anterior respecto a n_F e igualándola a cero⁹, esto es:

$$\frac{d\sigma_{\Delta V}^2}{dn_F} = 2 \cdot \sigma_{\Delta P_{CF}}^2 \cdot n_F + 2 \cdot \sigma_{\Delta P_{PC} \Delta P_{CF}} = 0 \quad [4.3]$$

de donde:

$$n_F = \frac{\sigma_{\Delta P_{PC} \Delta P_{CF}}}{\sigma_{\Delta P_{CF}}^2} = \text{Ratio de cobertura} \quad [4.4]$$

Esta expresión relaciona las posiciones de contado y de futuro en función de las variaciones de sus valores. No obstante, podemos llegar a una expresión analítica análoga en función de tipos de interés partiendo del desarrollo de la fórmula [4.1], considerando que:

$$\begin{aligned} \Delta P_{PC} &= N_{PC} \cdot \Delta C_{PC} \cdot t_{PC} \\ \Delta P_{CF} &= N_{CF} \cdot \Delta C_{CF} \cdot t_{CF} \end{aligned} \quad [4.5]$$

⁹ A través del signo de la segunda derivada se comprobaría que efectivamente se trata de un mínimo.

siendo:

- ΔC_{PC} = Variación en la cotización de la posición de contado.
- ΔC_{CF} = Variación en la cotización del contrato de futuro.
- t_{PC} = Plazo de la operación vinculada a la posición de contado.
- t_{CF} = Plazo vinculado a la operación subyacente al contrato de futuro.
- N_{PC} = Nominal de la posición de contado.
- N_{CF} = Nominal de un contrato de futuro.

Los tipos de interés implícitos en las cotizaciones (precios) de la posición a contado (i_{PC}) y de futuro (i_{CF}) son equivalentes a:

$$\begin{aligned} i_{PC} &= 100 - C_{PC} \\ i_{CF} &= 100 - C_{CF} \end{aligned} \quad [4.6]$$

Por tanto, la variación en el valor de la posición cubierta a consecuencia de una modificación de los tipos de interés se puede expresar en función del cambio experimentado en la cotización de la posición a contado y del contrato de futuro, esto es:

$$\Delta V = N_{PC} \cdot \Delta C_{PC} \cdot t_{PC} + n_F \cdot N_{CF} \cdot \Delta C_{CF} \cdot t_{CF} \quad [4.7]$$

así como en términos de variaciones en los tipos de interés:

$$\begin{aligned} \Delta V &= N_{PC} \cdot (100 - \Delta i_{PC}) \cdot t_{PC} + n_F \cdot N_{CF} \cdot (100 - \Delta i_{CF}) \cdot t_{CF} \\ \Delta V &= N_{PC} \cdot 100 \cdot t_{PC} - N_{PC} \cdot \Delta i_{PC} \cdot t_{PC} + n_F \cdot N_{CF} \cdot 100 \cdot t_{CF} - n_F \cdot N_{CF} \cdot \Delta i_{CF} \cdot t_{CF} \end{aligned} \quad [4.8]$$

El riesgo —medido a través de la varianza— asociado al cambio de valor en la posición cubierta será:

$$\sigma_{\Delta V}^2 = N_{PC}^2 \cdot t_{PC}^2 \cdot \sigma_{\Delta i_{PC}}^2 + N_{CF}^2 \cdot t_{CF}^2 \cdot n_F^2 \cdot \sigma_{\Delta i_{CF}}^2 + 2 N_{PC} \cdot t_{PC} \cdot N_{CF} \cdot t_{CF} \cdot n_F \cdot \sigma_{\Delta i_{PC}} \cdot \Delta i_{CF} \quad [4.9]$$

Como ya hemos indicado, el valor de n_F que minimiza $\sigma_{\Delta V}^2$ se obtiene derivando la expresión anterior respecto a n_F e igualándola a cero, esto es:

de donde:

$$\frac{d\sigma_{\Delta V}^2}{dn_F} = N_{CF}^2 \cdot t_{CF}^2 \cdot \sigma_{\Delta i_{CF}}^2 \cdot 2 \cdot n_F + 2 \cdot N_{PC} \cdot t_{PC} \cdot N_{CF} \cdot t_{CF} \cdot \sigma_{\Delta i_{PC}} \cdot N_{CF} = 0 \quad [4.10]$$

de donde:

$$n_F = - \frac{N_{PC} \cdot t_{PC} \cdot \sigma_{\Delta P_{PC} \Delta P_{CF}}}{N_{CF} \cdot t_{CF} \cdot \sigma_{\Delta P_{CF}}^2} \quad [4.11]$$

Un n_F positivo significará una posición a largo en futuros, en tanto que si es negativo supondrá la toma de contratos a corto¹⁰. Por tanto, y dado que, por una parte, partimos de que los precios de contado y de futuro evolucionan en la misma dirección (esto es, ΔP_{PC} y ΔP_{CF} tendrán el mismo signo, por lo que $\sigma_{\Delta P_{PC} \Delta P_{CF}} > 0$), Y, por otra, que el objetivo perseguido mediante la realización de la operación de cobertura es compensar los resultados ocasionados por el cambio de valor en la posición a contado (motivado por variaciones en los tipos de interés) con los resultados obtenidos en la posición de futuro, la expresión del cambio de valor de la posición cubierta variará según se trate de una cobertura a corto o a largo:

A) *En el caso de coberturas a corto:*

$$\Delta V = \Delta P_{PC} + n_F \cdot \Delta P_{CF} \quad \text{siendo} \quad n_F < 0 \quad [4.12]$$

Si los tipos de interés evolucionan a la baja, el valor de la posición a contado y el del contrato de futuro lo harán al alza simultáneamente, esto es, $\Delta P_{PC} > 0$ y $\Delta P_{CF} > 0$. Dado que $n_F < 0$ (pues en las coberturas a corto se venden futuros¹¹), el término $n_F \Delta P_{CF}$ será negativo, mientras que el otro será positivo ($\Delta P_{PC} > 0$). En este supuesto, el resultado adverso obtenido en el mercado de futuros se ve compensado con los beneficios conseguidos en el mercado de contado.

Por contra, si los tipos de interés evolucionan al alza, el valor de la posición a contado y el del contrato de futuro lo harán a la baja simultáneamente, obteniéndose pérdidas en el mercado de contado ($\Delta P_{PC} < 0$), mientras que en el de futuros se obtendrán beneficios (al ser $n_F < 0$ y $\Delta P_{CF} < 0$, entonces $n_F \Delta P_{CF} > 0$), compensándose las unas con los otros. Tales resultados se esquematizan en el cuadro 1

¹⁰ Si n_F no es un número natural, se deberá realizar una aproximación de su valor, lo cual puede originar un «riesgo de redondeo».

¹¹ El valor de n_F de la expresión [4.11], obtenido a partir del desarrollo de la [4.1] es negativo, ya que todas las variables que lo integran presentan signo positivo y la expresión va precedida de signo negativo.

CUADRO 1

COBERTURA A CORTO			
$\Delta V = \Delta P_{pc} + n_f \cdot \Delta P_{cf} / n_f < 0$			
Evolución de los tipos de interés.	Evolución de los precios de la posición a contado y del contrato de futuro.	Signo de ΔP_{pc}	Signo de $n_f \Delta P_{cf}$
Al alza	A la baja	-	+
A la baja	Al alza	+	-

B) *En el caso de coberturas a largo:*

En el supuesto de evolución a la baja de los tipos de interés —y por tanto, al alza de los precios de las posiciones a contado y a futuro (esto es, $\Delta P_{pc} > 0$ y $\Delta P_{cf} > 0$)—, será en el mercado de contado donde se obtengan pérdidas ($-\Delta P_{pc} < 0$), que se compensarán con los beneficios obtenidos en futuros ($n_f \Delta P_{cf} > 0$, ya que $n_f > 0$ y $\Delta P_{cf} > 0$).

Sin embargo, si los tipos (de interés evolucionan al alza, los precios evolucionarán a la baja (esto es, $\Delta P_{pc} < 0$ y $\Delta P_{cf} < 0$), por lo que será en el mercado de futuros donde se obtengan pérdidas ($n_f \Delta P_{cf} < 0$, ya que $n_f > 0$ y $\Delta P_{cf} < 0$), mientras que en el de contado se obtendrán ganancias ($-\Delta P_{pc} > 0$). El cuadro 2 recoge tales extremos.

CUADRO 2

COBERTURA A LARGO			
$\Delta V = -\Delta P_{pc} + n_f \cdot \Delta P_{cf} / n_f < 0$			
Evolución de los tipos de interés.	Evolución de los precios de la posición a contado y del contrato de futuro.	Signo de $-\Delta P_{pc}$	Signo de $n_f \Delta P_{cf}$
Al alza	A la baja	-	+
A la baja	Al alza	+	-

5. EL RATIO DE COBERTURA EN BASE AL METODO DE LA MINIMA VARIANZA: SU FUNDAMENTO ECONOMICO

Como puede observarse en la expresión [4.11], en el cálculo del *ratio* de cobertura según el método de la mínima varianza debe tenerse en cuenta tres aspectos¹²:

1. La relación entre el nominal del riesgo a cubrir y el del contrato de futuro: N_{PC}/N_{CF}
2. La razón entre la duración del instrumento o posición al contado a cubrir y la del subyacente al contrato de futuro: t_{PC}/t_{CF}
3. El coeficiente de regresión entre las variaciones del tipo de interés asociado a la posición de futuro y del tipo *spot* vinculado a la operación de contado objeto de cobertura:

$$\sigma_{\Delta_{iPC} \Delta_{iCF}} / \sigma^2_{\Delta_{iCF}}$$

La combinación de los tres factores identificados nos permite calcular el número de contratos necesario para conseguir una cobertura adecuada, utilizando futuros sobre tipos de interés a corto plazo. Veamos el significado económico de cada uno de ellos:

5.1. RELACIÓN ENTRE NOMINALES

Este primer aspecto hace referencia a la relación entre el nominal de la posición de contado a cubrir y el nominal del contrato de futuro que se va a emplear. Indudablemente, haciendo abstracción del resto de factores que pueden afectar a la determinación del *ratio*, si se desea cubrir el riesgo asociado a un préstamo de 350 millones de pesetas a tipo de interés flotante mediante el contrato de futuro sobre el MIBOR'90 de MEFF —cuyo nominal es de 10 millones— se requerirá tomar posturas vendedoras exactamente sobre 35 contratos, puesto que hacerlo sobre una cantidad inferior supondría cubrir parcialmente la posición a contado, mientras que sobre una cantidad superior generaría una sobrecobertura y, por tanto, la creación de un riesgo inicialmente inexistente.

Sin embargo, si el riesgo de tipo de interés asociado al préstamo descrito se tuviese que cubrir mediante contratos de futuro cuyo nominal

¹² FITZGERALD, D.M. (1983: pág. 75).

fuese de cinco millones, se requeriría el doble de contratos, esto es, 70 contratos.

5.2. DIVERGENCIA ENTRE DURACIONES

El segundo componente hace alusión al hecho de que la duración de la operación que subyace al contrato de futuro puede diferir del período de tiempo para el cual se requiere efectuar la cobertura. La definición de cualquier clase de futuro implica la normalización de todos los elementos configuradores del mismo, entre los que figura el activo subyacente; en el caso de los futuros sobre el MIBOR'90, el activo básico es un depósito interbancario de período de vida preestablecido (noventa días); dicho plazo no necesariamente tiene que coincidir con el período para el cual se desea efectuar la cobertura. Por tanto, y dado que el objetivo de las estrategias de cobertura es disponer de dos posiciones en dos mercados diferentes (contado y futuro), de forma que las ganancias de una de ellas compensen las pérdidas de la otra, deberá comprarse o venderse aquel número de contratos de futuro que permita que el resultado de la posición de futuro ocasionado por una variación en el tipo de interés iguale, en valor absoluto, al resultante en la posición a contado causado por aquella misma variación, teniendo en cuenta que *tales resultados están en relación directa a la duración de la operación financiera vinculada a cada posición.*

Para aclarar esto, pensemos en el siguiente ejemplo: se desea cubrir un préstamo a tipo flotante de 10.000.000 de pesetas mediante contratos de futuro sobre el MIBOR'90; si se produce una variación del tipo de interés del 0'01 por 100, el cambio experimentado en el precio de cada contrato de futuro sobre el MIBOR'90 es de 250 pesetas —importe al que se llega al aplicar este porcentaje sobre el nominal de un contrato y en base a un período de noventa días, que es el plazo normalizado para el depósito interbancario que actúa como subyacente¹³—, mientras que el ocasio-

¹³ Recuérdese que el contrato de futuro sobre el MIBOR'90 tiene por objeto el interés devengado por un depósito interbancario, teóricamente constituido el día del vencimiento del contrato de futuro, por un período de noventa días, y un importe de 10 millones de pesetas. Por tratarse de una operación a corto plazo, una variación del tipo de interés del 0'01 por 100 supondrá un importe de 250 pesetas:

$$10.000.000 \cdot \frac{0'01}{100} \cdot \frac{90}{360} = 250 \text{ ptas.}$$

nado en la posición a contado está en función del plazo del instrumento vinculado a la misma. En el cuadro 3 figuran los cambios hipotéticos en el precio de ambas posiciones en función de diversas duraciones asociadas al préstamo a cubrir.

CUADRO 3

POSICION DE CONTADO (Préstamo a cubrir)		POSICION DE FUTURO
Vencimiento (<i>t</i>)	Cambio de precio ocasionado en la posición a contado ante una variación del 0'01 % en el tipo de interés. [10000000(0'01/100)(<i>t</i> /360)]	Cambio de precio ocasionado en el contrato de futuro sobre el MIBOR'90 ante una variación del 0'01 % del tipo de interés. [10000000(0'01/100)(90/360)]
30 días	83 pesetas	250 pesetas
60 días	166 pesetas	250 pesetas
90 días	250 pesetas	250 pesetas
120 días	333 pesetas	250 pesetas
180 días	500 pesetas	250 pesetas
270 días	750 pesetas	250 pesetas
360 días	1000 pesetas	250 pesetas

Como puede observarse, el cambio en el valor del instrumento financiero a cubrir con vencimiento a seis meses, motivado por una variación en el tipo de interés del 0'01 por 100, es el doble que el ocasionado en el contrato de futuro a tres meses, por lo que, si se desea cubrir dicho riesgo con contratos de futuro sobre el MIBOR'90, se deberá tomar posturas sobre dos contratos por cada 10 millones nominales del instrumento a contado.

Por tanto, para compensar el diferente efecto monetario que un determinado cambio en el tipo de interés produce en el valor de las posiciones de contado y de futuro, ocasionado por la no coincidencia de duraciones entre los instrumentos vinculados a las mismas, se deberán realizar los ajustes pertinentes a fin de que los resultados sean de igual importe. Hacemos referencia al denominado «ajuste del equivalente monetario» o «ajuste por divergencia de duraciones» (ADD):

$$\Delta P_{cf} = N_{cf} \cdot \Delta C_{cf} \cdot \frac{90}{360} = \text{constante para todo } t \quad [5.1.]$$

$$\Delta P_{pc} = N_{pc} \cdot \Delta C_{pc} \cdot \frac{t}{360} = f(t) \quad [5.2.]$$

$$\frac{\Delta P_{PC}}{JP_{CF}} = \frac{t}{90} = ADD \quad [5.3]$$

siendo:

$$\begin{aligned} t &= \text{duración de la operación de contado;} \\ N_{CF} &= N_{PC} \\ \Delta C_{CF} &= \Delta C_{PC} \end{aligned}$$

5.3. EL COEFICIENTE DE REGRESIÓN

Los dos componentes que hasta ahora hemos analizado derivan de características intrínsecas a la posición a cubrir y/o al contrato de futuro que se va a utilizar. Sin embargo, a través de este tercero se pretende recoger, en base a series históricas de datos, el resto de aspectos que conducen a que la variación en el precio de la posición a cubrir no coincida exactamente con la del contrato de futuro. El objetivo es expresar, a través de una regresión lineal por mínimos cuadrados ordinarios, la expectativa de variación en el tipo de interés del instrumento a cubrir frente a variaciones en el tipo de interés que subyace al contrato de futuro. Siguiendo esta técnica, se obtiene la ecuación lineal que minimiza los errores al cuadrado entre los datos históricos asociados a la variable dependiente (variable asociada a los precios o tasas de la posición a contado) y los teóricos obtenidos en base a la ecuación calculada. La ecuación de la regresión podemos expresarla de la forma siguiente¹⁴:

$$\begin{aligned} \Delta P_{PC} &= a + b \cdot \Delta P_{CF} \\ b &= \text{Coef. de Regresión} = \frac{\sigma_{\Delta P_{PC}, \Delta P_{CF}}}{\sigma^2_{\Delta P_{CF}}} \end{aligned} \quad [5.4]$$

siendo:

$$\begin{aligned} \sigma_{\Delta P_{PC}, \Delta P_{CF}} &= \text{Covarianza entre } \Delta P_{PC} \text{ y } \Delta P_{CF} \\ \sigma^2_{\Delta P_{CF}} &= \text{Varianza de } \Delta P_{CF} \end{aligned}$$

¹⁴ Como señala Blanco, R. (1992; pág. 7), «no existe consenso acerca de qué forma deben tomar las variables regresadas. En los análisis más clásicos (Houthakker, 1959) se utilizan las variables en niveles, pero a partir de Ederington (1979) se suele usar la primera diferencia. Aunque, más recientemente, otros autores como S.L. Brown (1985) regresan las tasas de crecimiento». No obstante, y dado que la ecuación [4.11] expresa tales variables en diferencias, es ésta la forma que vamos a adoptar.

Así pues, una vez concretado qué contrato de futuro utilizar, así como las características de la posición a cubrir, podemos analizar cuál ha sido en el pasado la evolución de las series asociadas a los cambios en los tipos de interés de ambos instrumentos; concretamente, se puede ver qué variación periódica (diaria, mensual, etc.) se ha producido en los tipos de interés *spot* de la posición a contado y en los tipos de interés asociados al contrato de futuro.

La representación de las series históricas en cuestión da lugar a una nube de puntos, de forma que, poniendo en relación la variación del tipo de interés de contado respecto al de futuro, se puede obtener la regresión lineal que mejor se ajusta a ella.

La pendiente de esta regresión expresará la variación del tipo de interés de la posición a contado que, según los datos históricos, se asocia a una variación unitaria en el tipo de futuro. Supongamos que dicha pendiente toma un valor de 1'2: ello significa que, según el ajuste efectuado, cuando los tipos de interés de futuro han subido (o bajado) un 1 por 100, los de la posición a contado lo han hecho un 1'2 por 100, por lo que, extrapolando el comportamiento pasado de dichas series, podemos afirmar que la variación esperada en los tipos de interés de contado será un 1'2 por 100 superior a la observada en el mercado de futuros; para un determinado nominal (igual en contado que en futuro) el beneficio (pérdida) obtenido en la posición a futuro será 0'83 (esto es, 1:1'2) veces la pérdida (beneficio) experimentada en la posición a contado. Por tanto, y a fin de que el valor absoluto de los resultados de ambas posiciones sea de igual importe, se deberá tomar posiciones en futuros sobre 1'2 u.m. por cada 1 u.m. a cubrir.

En resumen, la determinación del tercer componente supone estimar la regresión lineal entre el cambio en los tipos de interés del instrumento financiero a cubrir y del contrato de futuro, siendo la pendiente de esta regresión (el coeficiente de regresión) el estadístico que recoge nuestro objetivo.

6. CONCLUSIONES

La cobertura con futuros transforma el riesgo de tipo de interés existente *a priori* en la posición descubierta en, además de un riesgo de base, un riesgo de correlación que tiene su origen en el hecho de la imperfecta correlación entre los precios del instrumento objeto de cobertura y del

activo subyacente al contrato de futuro: el número de distintas clases de contratos de futuro existentes en un mercado es reducido en relación a la multiplicidad de tasas y plazos que pueden definirse en las operaciones reales susceptibles de protección, por lo que, de entre la gama de clases de contratos de futuro disponibles, deberá elegirse cuidadosamente el más adecuado a cada tipo de operación a cubrir, pudiéndose en muy escasas ocasiones efectuar «coberturas directas», esto es, coberturas en las que el instrumento a proteger coincida con el subyacente al contrato de futuro; como caso más habitual, a lo que se podrá acceder será a una «cobertura cruzada», y, por tanto, a la exposición al riesgo originado por la imperfecta correlación entre los precios *spot* del instrumento objeto de cobertura y del subyacente al contrato de futuro. En consecuencia, antes de llevar a cabo una estrategia de cobertura, es necesario verificar que la correlación de precios *spot* entre el instrumento a proteger y el subyacente al contrato de futuro elegido sea significativa.

Otro aspecto de crucial importancia a efectos de diseñar una cobertura es determinar el número de contratos de futuro a comprar o vender a fin de cubrir de la mejor forma posible el riesgo que pretenda evitarse. Realmente, no existe ningún procedimiento para calcular tal variable de manera exacta, aunque sí diversos métodos de estimación del mismo; uno de ellos —aplicado a la gestión de tipos de interés a corto plazo— es el de la Mínima Varianza, que considera tres aspectos: *a)* la relación entre el nominal del riesgo a cubrir y el del contrato de futuro; *b)* la razón entre la duración del instrumento o posición al contado a cubrir y la del subyacente al contrato de futuro; y, *c)* el coeficiente de regresión entre las variaciones del tipo de interés asociado a la posición de futuro y del tipo *spot* vinculado a la operación de contado objeto de cobertura. La combinación de estos tres factores permite calcular el número de contratos necesarios para conseguir una cobertura adecuada utilizando futuros sobre tipos de interés a corto plazo.

ANEXO

Se desea cubrir el precio de adquisición de un bien X , disponiéndose para ello de dos contratos de futuros

Futuro sobre el bien A : $R = 0'92$; $R^2 = 0'8464$

Futuro sobre el bien B : $R = -0'92$; $R^2 = 0'8464$

1) Cobertura del precio de adquisición del bien X con contratos de futuro sobre el bien A

Para cubrir el precio de adquisición de X mediante contratos de futuros sobre el bien A se deberá tomar una *posición a largo* en el mercado de futuros.

1.1) En consecuencia, si al transcurrir el tiempo los precios de ambos bienes (X y A) evolucionan conjuntamente al alza —puesto que hemos partido del supuesto de que entre A y X existe una covariación positiva—, en el mercado de contado se obtendrán pérdidas, en tanto que en el de futuros se obtendrán ganancias. Esto es, si en el momento de realizar la cobertura (en t_1) el precio de contado de X es p_1^X y en el momento de compra de dicho bien (t_2) el precio del mismo es p_2^X siendo $p_2^X > p_1^X$, y el del bien A es p_2^A siendo $p_2^A > p_1^A$, entonces los resultados en ambos mercados serán:

MERCADO CONTADO	MERCADO FUTURO
t_1 Precio del bien: $X = p_1^X$	Se compran futuros por p_1^A u.m.
t_2 Precio del bien: $X = p_2^X$ siendo $p_2^X > p_1^X$	Se venden futuros por p_1^A u.m., siendo $p_2^A > p_1^A$.

Resultados en posición contado = Precio previsto - Precio real = $p_1^X - p_2^X < 0$

Resultado en posición de futuros = Precio venta - Precio compra = $p_2^A - p_1^A > 0$

1.2) Si por el contrario el precio del bien X evoluciona a la baja, el precio del de A también lo hará en el mismo sentido, ya que partimos de la hipótesis de que entre ambos precios existe una elevada covariación positiva. En este caso, los resultados que se obtendrían en ambos mercados serían los siguientes:

MERCADO CONTADO	MERCADO FUTURO
t_1 Precio del bien: $X = p_1^x$	Se compran futuros por p_1^f u.m.
t_2 Precio del bien: $X = p_2^x$ siendo $p_2^x < p_1^x$	Se venden futuros por p_2^f u.m., siendo $p_2^f < p_1^f$.

Resultados en posición contado = Precio previsto - Precio real = $p_1^x - p_2^x < 0$

Resultado en posición de futuros = Precio venta - Precio compra = $p_2^f - p_1^f < 0$

Como se observa en ambos supuestos, en uno de ambos mercados se obtienen resultados positivos, mientras que en el otro pérdidas, consiguiéndose una compensación —ya sea perfecta o imperfecta— entre ambos.

2) Cobertura del precio de adquisición del bien X con contratos de futuro sobre el bien B

Para conseguir cubrir el precio de compra del bien X , y dado que entre el precio de X y de B existe una correlación negativa, se deberá tomar una *postura a corto* en el mercado de futuros, siendo los resultados los siguientes:

2.1) Suponiendo que el precio del bien X evoluciona al alza, y por tanto el de B a la baja, los resultados serían:

MERCADO CONTADO	MERCADO FUTURO
t_1 Precio del bien: $X = p_1^x$	Se compran futuros por p_1^f u.m.
t_2 Precio del bien: $X = p_2^x$ siendo $p_2^x < p_1^x$	Se venden futuros por p_2^f u.m., siendo $p_2^f < p_1^f$.

Resultados en posición contado = Precio previsto - Precio real = $p_1^x - p_2^x < 0$

Resultado en posición de futuros = Precio venta - Precio compra = $p_2^f - p_1^f < 0$

2.2) Suponiendo que el precio del bien X evoluciona a la baja, y por tanto el de B al alza.

	MERCADO CONTADO	MERCADO FUTURO
t_1	Precio del bien: $X = p_1^x$	Se compran futuros por p_1^u u.m.
t_2	Precio del bien: $X = p_2^x$ siendo $p_2^x < p_1^x$	Se venden futuros por p_2^u u.m., siendo $p_2^u < p_1^u$.

Resultados en posición contado = Precio previsto - Precio real = $p_1^x - p_2^x < 0$

Resultado en posición de futuros = Precio venta - Precio compra = $p_2^u - p_1^u < 0$

En el caso primero (protección con futuros sobre el bien A) en el que la covariación era positiva, la cobertura ha supuesto tomar una postura a largo (comprar futuros), en tanto que en el segundo (protección con futuros sobre el bien B), en el que la covariación era negativa, se ha requerido tomar una postura a corto (postura de venta de futuros). En ambos supuestos, y con independencia de que se produzca una evolución alcista o bajista en el mercado, en una de las posiciones se obtienen beneficios y en la otra pérdidas, compensándose total o parcialmente ambos resultados.

BIBLIOGRAFIA

- ADELL, R., y KETTERER, J. A. (1990): *Gestión de tesorería con futuros financieros*. Ed. EADA Gestión. Barcelona.
- BLANCO ESCOBAR, R. (1992): «Cobertura de carteras de bonos con futuros financieros: evidencia en el caso español». *Comisión Nacional del Mercado de Valores*. Documento de Trabajo núm. 1.
- BORRELL, M., y ROA, A. (1990): *Los mercados de futuros financieros. Introducción a los futuros de tipos de interés. Su utilización en España*. Ed. Ariel Economía. Barcelona.
- CARROLL, B. L. (1989): *Financial futures trading*. Butterworths. London.
- CHANCE, D. M. (1989): *An introduction to options and futures*. The Dryden Press. Hinsdale.
- DECOVNY, S., y TACCHI, C. (1991): *Hedging strategies*. Woodhead-Faulkner, Cambridge.

- FERNÁNDEZ BLANCO, M. (1991): *Opciones: activos, mercados y valoración*. Ed. Instituto Español de Analistas de Inversiones e Instituto OM. Madrid.
- FITZGERALD, M. D. (1983): *Financial futures*. Euromoney Publications. London.
- HULL, J. (1991): *Intruduction to futures and options markets*. Ed. Prentice-Hall International. Englewood Cliffs, New Jersey.
- HULL, J. (1989): *Options, futures, and other derivative securities*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs.