

Amaro Yardin

Universidad Nacional
del Litoral, Argentina

CONCEPTO Y MEDICION DE LA MAGNITUD DEL CAPITAL MEDIO

UNA NECESIDAD
PARA LA DETERMINACION
DE LA RENTABILIDAD ADMITIDA
PARA LAS EMPRESAS CONCESIONARIAS
DE SERVICIOS PUBLICOS

1. *Introducción.*—2. *Criterios de amortización.*—3. *Renta del capital invertido.*
4. *Forma usual de medir el capital medio.*—5. *Determinación algebraica del capital medio.*—Anexo 1.—Anexo 2.

1. INTRODUCCION

Es frecuente detectar, en estudios o proyectos de inversión, la alusión a un concepto denominado *capital medio*, con el propósito de efectuar mediciones sobre rendimientos de inversiones.

En forma particular, este concepto es empleado habitualmente cuando se trata el tema de la renta normal aceptada para empresas concesionarias de servicios públicos.

En efecto, cuando el Estado nacional, las provincias o los municipios adoptan la política de conceder a una empresa privada la prestación de un servicio público, es justo que la tarifa permitida cubra la totalidad de los costos de dicho servicio y, además, retribuya al empresario con una rentabilidad razonable sobre el capital invertido.

Es redundante señalar que debe entenderse por *renta* al excedente que dispondrá el empresario una vez que haya recuperado la totalidad del capital invertido.

La recuperación del mismo se incorpora al costo de la prestación del servicio en forma de amortización.

2. CRITERIOS DE AMORTIZACION

Al menos dos criterios pueden ser empleados para el cómputo de la amortización:

- a) el criterio de la amortización lineal, o
- b) el criterio del fondo amortizante.

En el primer caso, la cuota periódica de amortización está determinada por la fórmula:

$$cp = \frac{CT - CR}{n}$$

donde:

- cp = cuota periódica
- CT = capital total o inicial
- CR = capital residual
- n = número de períodos.

En el segundo caso esa cuota es calculada a través de la fórmula siguiente:

$$cp' = \frac{(CT - CR) i}{(1 + i)^n}$$

donde:

- cp' = cuota periódica
- CT = capital total o inicial
- CR = capital residual
- i = tasa (tanto por uno) de rendimiento de la inversión
- n = número de períodos.

La diferencia entre ambos criterios debe ser interpretada de la siguiente manera:

El criterio de la amortización lineal se apoya en el supuesto de que la cuota de amortización cp es retirada del giro comercial, para ser consumida, o bien para darle un destino ajeno a la operatoria de la empresa.

El criterio de fondo amortizante se apoya en el supuesto de que la cuota cp' queda dentro del giro de la empresa, es reinvertida en ella como capital de trabajo o estructural, o bien como una inversión financiera de la propia empresa, o en cualquier otro destino, pero siempre considerando que esa cuota no es retirada de la empresa.

Al no ser retirada de la empresa, esa cuota no deja de integrar el capital invertido, por lo cual éste no sufre ninguna disminución a lo largo de todo el período de la concesión.

Obviamente, la cuota cp deberá ser siempre mayor que cp' puesto que ésta, al permanecer dentro de la empresa, estará generando un rendimiento, el cual deberá ser sumado a las cuotas para alcanzar el total del capital a amortizar.

Pero esta interpretación nos lleva inexorablemente a considerar que en el primer caso (amortización lineal) el capital invertido en la empresa va disminuyendo paulatinamente, puesto que la cuota es retirada sistemáticamente. Mientras que en el segundo caso (fondo amortizante) el capital invertido se mantiene constante durante todo el período de la concesión, pues la cuota de amortización se reinvierte dentro de la empresa.

3. RENTA DEL CAPITAL INVERTIDO

Ello nos conduce a considerar que la renta del capital invertido, a la cual tiene derecho la empresa concesionaria, deberá ser computado:

- En el primer caso (amortización lineal): sobre el capital medio, magnitud que se ubicará entre el capital inicial y el capital residual.
- En el segundo caso (fondo amortizante): sobre el capital total o inicial, constante durante todo el período de la concesión.

En conclusión:

- Si se emplea el criterio de la amortización lineal, la rentabilidad de la empresa deberá ser calculada sobre el capital medio.
- Si se emplea el criterio del fondo amortizante, la rentabilidad de la empresa deberá ser calculada sobre el capital inicial o total.

Dicho en otros términos:

- El criterio de amortización lineal es *compatible* exclusivamente con el cálculo de la renta sobre el capital medio y, por consiguiente, es incompatible con el cálculo de la renta sobre el capital total.
- El criterio del fondo amortizante es *compatible* exclusivamente con el cálculo de la renta sobre el capital total y, por consiguiente, es *incompatible* con el cálculo de la renta sobre el capital medio.

Si fueran empleados conjuntamente criterios incompatibles, se estaría en presencia de alguna de las dos injustas situaciones:

- Empleando el criterio de la amortización lineal conjuntamente con el cálculo de la renta sobre el capital total, la empresa concesionaria se vería beneficiada con una tarifa sobredimensionada.
- Empleando el criterio del fondo amortizante conjuntamente con el cálculo de la renta sobre el capital medio, la empresa concesionaria se vería perjudicada con una tarifa subdimensionada.

La medición del capital total no ofrece dificultad alguna. Sin embargo, la medición del capital medio no aparece de la forma sencilla como es frecuentemente expuesta.

4. FORMA USUAL DE MEDIR EL CAPITAL MEDIO

En efecto, la magnitud del capital medio es a menudo determinada como el promedio simple entre el capital inicial y el capital residual, empleando la fórmula siguiente:

$$CM = \frac{CT + CR}{2}$$

donde:

- CM = capital medio
- CT = capital inicial o total
- CR = capital residual.

Esta expresión algebraica nos suministra un valor útil, aunque sólo aproximado al verdadero valor del capital medio.

Para desarrollar la idea recurrimos a un ejemplo, muy frecuente en la práctica, referido a la fijación del valor de la tarifa en una concesión del servicio de transporte de pasajeros.

Supongamos que una empresa concesionaria invierte, como capital total, un autobús cuyo valor es de 5.000.000 de pesetas, y su valor residual se estima equivalente al 20 por 100, al cabo del plazo de la concesión, fijado en cinco años.

Adoptemos la hipótesis de que la renta normal aceptada por el poder concedente es el 10 por 100 anual.

Aunque redundante, creemos conveniente recordar que todo el razonamiento que se está desarrollando se halla apoyado en una hipótesis de

moneda de poder adquisitivo constante, por lo que, si se operara en un contexto inflacionario, deberán efectuarse los correspondientes ajustes que neutralicen las variaciones en el valor de la moneda.

Con los datos ofrecidos anteriormente, y empleando la fórmula del capital medio utilizada frecuentemente en la práctica, trataremos de determinar la magnitud del recurso total, adoptando alternativamente ambos pares de criterios compatibles:

$$CT = 5.000.000$$

$$CR = 1.000.000$$

$$n = 10$$

$$i = 0,10.$$

Amortización lineal:

$$cp = \frac{5.000.000 - 1.000.000}{10} = 400.000$$

Fondo amortizante:

$$cp' = \frac{(5.000.000 - 1.000.000) 0,1}{(1 + 0,1)^{10} - 1} = 250.981,58$$

Como ya hemos señalado, en el primer caso la renta deberá ser calculada sobre el capital medio, y en el segundo, sobre el capital total.

Algebraicamente, la renta será igual a:

$$r = i \cdot CM$$

si se emplea el criterio de amortización lineal, y:

$$r' = i \cdot CT$$

si se emplea el criterio del fondo amortizante; siendo:

r = renta periódica

i = tasa (tanto por uno) de rendimiento

CM = capital medio

CT = capital total.

Como hemos señalado al comienzo de estas reflexiones, un cálculo del capital medio viene dado por:

$$CM = \frac{CT + CR}{2}$$

Si empleamos de manera coherente los criterios expuestos, esto es:

- *amortización lineal conjuntamente con renta sobre el capital medio, y*
- *fondo amortizante conjuntamente con renta sobre el capital total,*

la suma de ambos componentes debe arrojar igual resultado para ambos pares de criterios compatibles.

En nuestro ejemplo:

Amortización lineal + renta sobre capital medio:

$$cp = \frac{CT - CR}{n} = \frac{5.000.000 - 1.000.000}{10} = 400.000$$

$$r = i \cdot CM = 0,1 \frac{5.000.000 + 1.000.000}{2} = 300.000$$

TOTAL	700.000
-------	---------

Fondo amortizante + renta sobre capital total:

$$cp' = \frac{(CT - CR) i}{(1 + i)^n - 1} = \frac{(5.000.000 - 1.000.000) 0,1}{(1 + 0,1)^{10} - 1} = 250.981,58$$

$$r' = i \cdot CT = 0,1 \times 5.000.000 = 500.000,00$$

TOTAL	750.981,58
-------	------------

Ambos totales no son coincidentes, lo cual revela que los procedimientos adoptados no son apropiados.

El problema deviene del incorrecto manejo del concepto del capital medio, lo que conduce al defectuoso diseño algebraico de la fórmula para calcular su magnitud.

El capital medio no es el simple promedio de los capitales inicial y final.

Postulamos la siguiente definición: *Dado un capital de magnitud variable, se llama capital medio al valor que, a una cierta tasa y con igual frecuencia de capitalización, produce idéntico rendimiento en idéntico plazo.*

5. DETERMINACIÓN ALGEBRAICA DEL CAPITAL MEDIO

Tomando en consideración que cada cuota de rendimiento periódico puede ser reinvertida a la misma tasa, el rendimiento total de un capital de, por ejemplo, 1.000 pesetas que, con un valor residual de 400 pesetas, se amortiza a razón de 200 pesetas en cada uno de los tres períodos que componen su vida útil, tenemos:

$$\text{Capital del período 1: } CT_1 = 1.000$$

$$\text{Capital del período 2: } CT_2 = 800$$

$$\text{Capital del período 3: } CT_3 = 600$$

$$\text{Capital residual: } CR = 400$$

Si adoptamos una tasa de rendimiento del 10 por 100 periódico, tendremos que:

Las 1.000 pesetas que permanecen invertidas durante el primer período devengarán un rendimiento de 100 pesetas por cada período, las cuales pueden ser colocadas a la misma tasa hasta el final del negocio (en este ejemplo, dos períodos, pues esas 100 pesetas se devengan del primero).

En el segundo período, el capital invertido será de sólo 800 pesetas, cifra que devengará 80 pesetas en concepto de renta por cada período, que también pueden ser colocadas a la misma tasa hasta el final del negocio (en este ejemplo, un período).

Al llegar al tercer y último período, durante el cual el capital invertido habrá sido de sólo 600 pesetas, éste devengará una renta de 60 pesetas, ya que ella no podrá ser reinvertida, pues se ha llegado al fin del plazo del negocio.

Tenemos, entonces, que el capital invertido en el primer período devengará:

$$1.000 \times 0,1 = 100$$

que serán invertidos durante los dos períodos restantes, lo que arrojará un monto de:

$$100 \times 1,1^2 = 121$$

El capital invertido en el segundo período será de 800 pesetas, que devengará, al final del período:

$$800 \times 0,1 = 80$$

que, reinvertido durante el único período que falta para el fin del negocio, dará un monto de:

$$80 \times 1,1 = 88$$

El rendimiento de 60 pesetas originado en la inversión de 600 pesetas durante el último período, no podrá ser reinvertido, en razón de que ya se ha llegado al término del negocio. Luego, el rendimiento total será:

$$1.000 \times 0,1 \times 1,1^2 + 800 \times 0,1 \times 1,1 + 600 \times 0,1 = 269$$

¿Cuál será, para este supuesto, la magnitud del capital medio?

Conforme al concepto propuesto, será aquella que, colocada al 10 por 100 durante los tres períodos, suministre un rendimiento de 269 pesetas, o sea:

$$CM = \frac{269}{1,1^3 - 1} = 812,69$$

De modo que, generalizando, el capital medio estará representado por la siguiente expresión:

Fórmula A:

$$CM = \frac{CT_1 \cdot i \cdot (1+i)^{n-1} + CT_2 \cdot i \cdot (1+i)^{n-2} + \dots + CT_{n-1} \cdot i \cdot (1+i) + CT_n \cdot i}{(1+i)^n - 1}$$

donde:

CM = capital medio

CT_j = capital invertido en el período j

i = tasa (tanto por uno) de rendimiento

n = número de períodos.

Si bien esta expresión es válida para cualquier tipo de variación del capital total, pues los valores de CT son arbitrarios, su aplicación más frecuente se encuentra en aquellos casos en que el capital total presenta una cierta modalidad de variación que responde a alguna función.

En el caso de la amortización lineal, esta función está representada por un decrecimiento periódico uniforme, de modo que los capitales invertidos en los sucesivos períodos están relacionados entre sí de la manera siguiente:

$$CT_2 = CT_1 - cp$$

$$CT_3 = CT_2 - cp$$

$$CT_4 = CT_3 - cp$$

de donde:

$$CT_2 = CT_1 - cp$$

$$CT_3 = CT_1 - 2cp$$

$$CT_4 = CT_1 - 3cp$$

.....

$$CT_n = CT_1 - (n - 1)cp$$

Por consiguiente, la fórmula A puede ser expresada así:

$$CM = \frac{CT_1 \cdot i \cdot (1+i)^{n-1} + (CT_1 - cp) \cdot i \cdot (1+i)^{n-2} + (CT_1 - 2cp) \cdot i \cdot (1+i)^{n-3} + \dots + [CT_1 - (n-2)cp] \cdot i \cdot (1+i) + [CT_1 - (n-1)cp] \cdot i}{(1+i)^n - 1}$$

que puede ser reducida a la siguiente expresión:

$$CM = \frac{\sum_{j=0}^{h=0} \sum_{i=n-1}^{j=n-1} [(CT_1 - j \cdot cp) \cdot i \cdot (1+i)^j]}{(1+i)^n - 1}$$

donde:

CM = capital medio

CT₁ = capital inicial

$$cp = \frac{CT - CR}{n}$$

CR = capital residual

i = tasa (tanto por uno) de rendimiento

n = número de períodos.

De la fórmula anterior puede deducirse una expresión reducida y, por tanto, de cálculo más sencillo. Tal es la siguiente:

$$CM = \frac{i \cdot CT_1 \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} - cp \cdot \sum_{h=1}^{j=n-2} [h \cdot (1+i)]}{(1+i)^n - 1}$$

CONCEPTO Y MEDICION DE LA MAGNITUD DEL CAPITAL MEDIO

Aplicando la fórmula hallada al ejemplo numérico presentado en páginas anteriores, determinamos que la magnitud del capital medio es 3.509.815,80 pesetas y no 3.000.000 de pesetas como resulta de la aplicación de la fórmula generalmente empleada.

En carácter de aporte para la rápida determinación del capital medio aplicable a los casos de decrecimiento lineal del capital inicial, ofrecemos en Anexos un sencillo esquema de cálculo elaborado a través de la plantilla electrónica «Lotus 1-2-3».

El Anexo 1 contiene las fórmulas correspondientes a cada una de las celdas.

El Anexo 2 expone las cifras resultantes de su aplicación al ejemplo desarrollado en este trabajo.

ANEXO I

INDICADORES DE RANGO		O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
21	CALCULO DEL CAPITAL (Fórmulas)										
22	(Válido hasta n = 20)										
23											
24											
25											
26											
27											
28											
29	VALOR DE ORIGEN		5.000.000,00								
30	VALOR RESIDUAL		1.000.000,00								
31	TASA INT. PERIODICA (%)		10,00								
32	CANT. DE PERIODOS (n)		10,00								
33	TANTO POR UNO (i)			0,10							
34	(1 + i)			(1+Q33)							
35	CUOTA AMORTIZACION (a)		(Q29-Q30)/Q32								
36											
37											
38											
39											
40											
41											
42											
43											
44											
45											
46											
47											
48											
49											

n	j	h.(1 + i)
1	(Q32-2)	@SI(V29>(-1);(T29*(\$Q\$34*V29));0)
(T29+1)	(V29-1)	@SI(V30>(-1);(T30*(\$Q\$34*V30));0)
(T30+1)	(V30-1)	@SI(V31>(-1);(T31*(\$Q\$34*V31));0)
(T31+1)	(V31-1)	@SI(V32>(-1);(T32*(\$Q\$34*V32));0)
(T32+1)	(V32-1)	@SI(V33>(-1);(T33*(\$Q\$34*V33));0)
(T33+1)	(V33-1)	@SI(V34>(-1);(T34*(\$Q\$34*V34));0)
(T34+1)	(V34-1)	@SI(V35>(-1);(T35*(\$Q\$34*V35));0)
(T35+1)	(V35-1)	@SI(V36>(-1);(T36*(\$Q\$34*V36));0)
(T36+1)	(V36-1)	@SI(V37>(-1);(T37*(\$Q\$34*V37));0)
(T37+1)	(V37-1)	@SI(V38>(-1);(T38*(\$Q\$34*V38));0)
(T38+1)	(V38-1)	@SI(V39>(-1);(T39*(\$Q\$34*V39));0)
(T39+1)	(V39-1)	@SI(V40>(-1);(T40*(\$Q\$34*V40));0)
(T40+1)	(V40-1)	@SI(V41>(-1);(T41*(\$Q\$34*V41));0)
(T41+1)	(V41-1)	@SI(V42>(-1);(T42*(\$Q\$34*V42));0)
(T42+1)	(V42-1)	@SI(V43>(-1);(T43*(\$Q\$34*V43));0)
(T43+1)	(V43-1)	@SI(V44>(-1);(T44*(\$Q\$34*V44));0)
(T44+1)	(V44-1)	@SI(V45>(-1);(T45*(\$Q\$34*V45));0)
(T45+1)	(V45-1)	@SI(V46>(-1);(T46*(\$Q\$34*V46));0)
(T46+1)	(V46-1)	@SI(V47>(-1);(T47*(\$Q\$34*V47));0)
(T47+1)	(V47-1)	@SI(V48>(-1);(T48*(\$Q\$34*V48));0)

CAPITAL MEDIO:

@SI(Q32<51;(((Q33)*((Q29*((Q34*(Q32)-1))/(Q33))))-Q35*@SUMA(X29..X78))/((Q34*Q32)-1));"/(A16*AA14-1));"EXCESO PERIODOS";

ANEXO II

INDICADORES

DE RANGO O P Q R S T U V W X

21 CALCULO DEL CAPITAL (Valores)
22 (Válido hasta n = 20)

23

24

25

26

27

28

29

30

31

32

33

34

35

36

37

38

39

40

41

42

43

44

45

46

47

48

49

VALOR DE ORIGEN	5.000.000,00
VALOR RESIDUAL	1.000.000,00
TASA INT. PERIODICA (%)	10,00
CANT. DE PERIODOS (n)	10,00
TANTO POR UNO (i)	0,10
(1 + i)	1,10
CUOTA AMORTIZACION (a)	400.000,00

n	j	h.(1 + i)	
1	8,00		2,14
2	7,00		3,90
3	6,00		5,31
4	5,00		6,44
5	4,00		7,32
6	3,00		7,99
7	2,00		8,47
8	1,00		8,80
9	0,00		9,00
10	(1,00)		0,00
11	(2,00)		0,00
12	(3,00)		0,00
13	(4,00)		0,00
14	(5,00)		0,00
15	(6,00)		0,00
16	(7,00)		0,00
17	(8,00)		0,00
18	(9,00)		0,00
19	(10,00)		0,00
20	(11,00)		0,00

CAPITAL MEDIO:

3.509.815,80