

Pedro
Ortín Angel

Diego
Prior Jiménez

*Dpto. de Economía
de la Empresa,
Universidad Autónoma
de Barcelona*

EL PERIODO DE PERMANENCIA DE LAS MAGNITUDES DE CIRCULANTE:

PRECISIONES Y REQUISITOS PARA SU CORRECTA DETERMINACION

- Introducción.—1. El periodo medio de permanencia: la media ponderada de días.—2. El periodo de permanencia cuando existen diferencias entre los flujos de entrada y de salida del periodo.—3. El periodo medio de permanencia del flujo total del periodo: posibilidades de cálculo a partir de la información contable.*
- 4. Días medios de permanencia en el periodo.*
- 5. Síntesis sobre los posibles periodos de permanencia teóricos y de su cálculo en la práctica.—Conclusiones.—Bibliografía.*
- Anexo 1.—Anexo 2.—Anexo 3.—Anexo 4.*

INTRODUCCION

Los conceptos de rotación y de días de permanencia de las inversiones de circulante han recibido, con el paso del tiempo, un creciente interés en los textos dedicados al análisis de los estados contables y, en general, en cualquier metodología de evaluación de la actividad empresarial.

Este hecho es observable en la bibliografía española específica del tema, pues a partir del trabajo inicial de Fernández-Pirla (1975), las sucesivas aportaciones de Rivero Torre (1976 y 1987), Cañibano y Bueno (1978), Rivero Romero (1987) y, más recientemente, Silvestre y Silvestre (1989) han desarrollado su aplicación en el análisis de la gestión de las inversiones de circulante.

En este sentido, nuestro trabajo viene a completar el estudio conceptual del período de permanencia. Para ello, definiremos inicialmente una medida teórica que permite el cálculo del promedio de días que una serie de unidades han estado en un proceso determinado. Tal definición teórica se pondrá en relación con las fórmulas habitualmente utilizadas en la práctica, lo que nos permitirá evaluar su validez y los supuestos que asume un analista al emplearlas. De igual forma, se aporta una formalización que, sin añadir excesivas complicaciones de cálculo, logra que la determinación de los días promedio de permanencia sea más acorde con la correcta interpretación teórica de tal concepto.

La fórmula que se utiliza para cuantificar el período de permanencia no es más que una media ponderada de días. De esa forma, los días de permanencia que se deducen del cálculo de las conocidas rotaciones contables no son más que una aproximación a los días de permanencia promedio.

En la exposición que sigue se parte de una primera aproximación a los conceptos de rotación y de período de permanencia en su expresión más simple (apartado 1) para, posteriormente, ir introduciendo supuestos que hacen preferible una formulación alternativa, a la vez que se aportan varias definiciones de días de permanencia y un breve estudio de sus posibles aproximaciones en la práctica (apartados 2, 3, 4 y 5). Concluye este trabajo con una breve síntesis que recopila las conclusiones obtenidas.

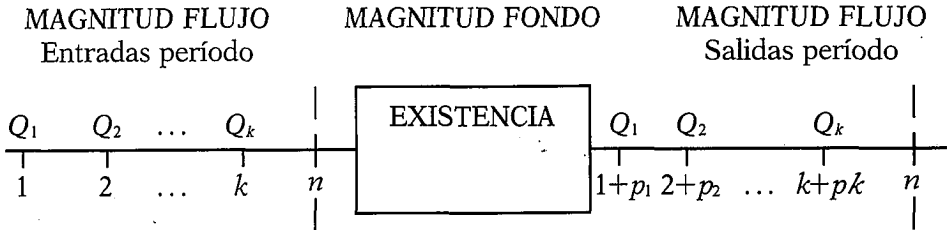
1. EL PERÍODO MEDIO DE PERMANENCIA: LA MEDIA PONDERADA DE DIAS

Con el fin de facilitar la comprensión de los conceptos que vamos a utilizar, partiremos del supuesto más simple de cálculo del período de permanencia en un proceso cualquiera (de materias primas, fabricación, venta, cobro o pago) de los que componen el ciclo corto de explotación empresarial.

Así pues, supongamos que, por ejemplo, en el almacén de materias primas y durante un período cualquiera, se registran una serie de entradas que después de permanecer un cierto tiempo de espera, salen en dirección a los talleres de fabricación. Para mayor simplicidad, supongamos también que no hay existencias (ni iniciales ni finales); ello equivale a considerar que el *flujo de entrada en el almacén es cuantitativamente idéntico al flujo de salida*, aunque con el lógico desfase tem-

poral propio de cada caso (p_i). Esta situación queda sintetizada en la figura 1.

FIGURA 1



- 1: momento inicial del período.
- n: momento final del período.

Dados los anteriores supuestos, es de todos conocida la usual definición contable de rotación, que, de hecho, nos indica cuántas veces el flujo contiene la existencia media:

$$r = \frac{\text{FLUJO}}{\text{EXISTENCIA MEDIA}} = \frac{\sum_{i=1}^k Q_i}{Em} \quad [1]$$

Las magnitudes contenidas en la expresión [1] pueden obtenerse sin mayores complicaciones del sistema contable de la empresa. En el caso del flujo, porque se toma del total de cargos (flujo de entrada) o bien de abonos (flujo de salida) del inventario permanente de los materiales. Por su parte, la existencia se deduce de la media aritmética simple del saldo que presenta el referido inventario permanente.

Partiendo de la rotación, es posible expresar la misma información mediante el concepto de *período medio* (intervalo de tiempo expresado en las unidades que convengamos utilizar: días, semanas, meses...). Así pues, definimos el período medio en días (1) como:

$$p_r = \frac{365}{r} = \frac{365}{\frac{\sum_{i=1}^k Q_i}{Em}} = \frac{Em}{\text{FLUJO POR DIA}} \quad [2]$$

(1) Al determinar el período de permanencia es posible tomar como referencia los días efectivos de actividad (p.ej., suponiendo que son 300 los días de trabajo al año) o los días naturales del año 365.

En este caso, p_r nos estará indicando cuál es, en promedio, el espacio temporal que las entradas del período (magnitud flujo) permanecen en el proceso (magnitud fondo) hasta su total salida.

De hecho, esta concepción simplemente nos está definiendo una media aritmética ponderada de unidades de tiempo que, a partir de ahora, será denominada como *período medio de permanencia*:

$$p = \frac{\sum_{i=1}^k Q_i \cdot p_i}{\sum_{i=1}^k Q_i} = \frac{\text{UNIDADES POR DIAS}}{\text{UNIDADES}}$$

Por tanto, la definición de período obtenida del concepto de rotación y la definición de período medio de permanencia coinciden:

$$p = \frac{Em}{\text{FLUJO POR DIA}} = \frac{Em}{\frac{\sum_{i=1}^k Q_i}{365}} = \frac{\sum_{i=1}^k Q_i \cdot p_i}{\sum_{i=1}^k Q_i} \quad [3]$$

De [3] se deduce, asimismo, cuál es el valor de la existencia media:

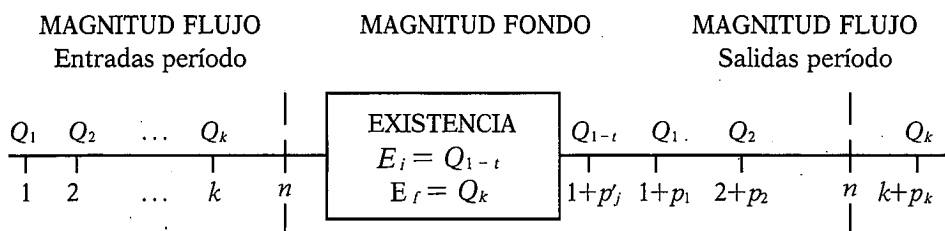
$$Em = \frac{\sum_{i=1}^k Q_i \cdot p_i}{365}$$

Así verificamos que, en el supuesto de existencias iniciales y finales nulas, los días de permanencia que se deducen de las rotaciones contables coinciden con la media aritmética ponderada de los días de permanencia.

2. EL PERIODO DE PERMANENCIA CUANDO EXISTEN DIFERENCIAS ENTRE LOS FLUJOS DE ENTRADA Y DE SALIDA DEL PERIODO

Vamos ahora a tratar una situación más habitual en la realidad cotidiana. En efecto, la convención contable de establecer sucesivos ejercicios económicos (generalmente de duración anual) obliga a periodificar las distintas operaciones empresariales e implica que, normalmente, no exista coincidencia entre los flujos de entrada y de salida del período (situación que queda convenientemente simbolizada en la figura 2):

FIGURA 2



- 1: momento inicial del período.
 n: momento final del período.

Este hecho nos permite definir dos posibles períodos:

a) *Período medio de permanencia del flujo de entrada*

Se define como el espacio de tiempo promedio que han tardado en salir, de un proceso cualquiera, las unidades que forman parte del flujo de entrada del ejercicio.

(2) En la formulación que sigue hemos supuesto que todas las existencias iniciales concluyen el proceso en el período, lo cual, a pesar de ser el supuesto más razonable, no tiene por qué ser siempre así. A pesar de ello, la no ocurrencia de este supuesto no varía (sólo formalmente en las definiciones de los cocientes) las conclusiones de este trabajo y nos obligaría a presentar una formulación mucho más complicada.

b) *Período medio de permanencia del flujo de salida*

Se define como el espacio de tiempo promedio que han estado en el proceso las unidades que forman parte del flujo de salida del ejercicio.

Así pues, tomando las siguientes variables:

$\sum_{i=1}^{k-1} Q_i$: Unidades que han entrado y salido en el período (han supuesto flujo de entrada y, posteriormente, flujo de salida en el mismo ejercicio económico).

$\sum_{j=1-t}^0 Q_j$: Unidades que registraron su entrada en el ejercicio económico inmediatamente anterior al que analizamos (*existencia inicial*) (2).

$\sum_{i=k}^n Q_i$: Unidades que, habiendo entrado en el ejercicio, no han salido (*existencia final*). Lógicamente, las existencias finales han permanecido un cierto número de días del presente período en el almacén.

p_i : Días totales de permanencia en el almacén de las unidades i , que han entrado y salido en el mismo período.

p_i : Días totales de permanencia en el almacén de las existencias finales.

p_i : Días totales de permanencia en el almacén de las existencias iniciales.

podemos formalizar los períodos descritos anteriormente como:

Período medio de permanencia del flujo de entrada (p_e):

$$p_e = \frac{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i + \sum_{i=k}^n Q_i \cdot p_i}{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i + \sum_{i=k}^n Q_i} \quad [4]$$

Periodo medio de permanencia del flujo de salida (p_s):

$$p_s = \frac{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i + \sum_{j=1-t}^0 Q_j \cdot p_j}{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i + \sum_{j=1-t}^0 Q_j} \quad [5]$$

Dadas las anteriores definiciones y utilizando un poco de álgebra, es posible demostrar que la condición impuesta en el epígrafe anterior [$E_i = E_f = 0$] es sólo un caso particular, de entre todos los posibles, en los que se produce la igualdad entre p_e y p_s (véase el anexo 1).

Es indudable que estas fórmulas teóricas permiten cuantificar los días promedio de forma inequívoca; sin embargo, obtener del sistema informativo contable los datos necesarios para su aplicación puede resultar una tarea compleja y, a veces, del todo imposible. Ello se debe a que el numerador de las expresiones presentadas requiere conocer los días de permanencia del anterior período, del presente y del próximo, mientras que el saldo contable sólo nos informará de los días de permanencia del presente período.

Obtenida la definición correcta de los días medios de permanencia, nos planteamos ahora comparar su formulación con la que se deduce de las rotaciones contables; para ello es preciso definir variables adicionales:

p'_i : Días de permanencia en el almacén de las existencias finales, desde su entrada (momento k) hasta el final del ejercicio económico (momento n) ($p'_i = n - k$). Es decir, los días del presente período que las existencias finales han estado en el almacén.

p'_j : Días de permanencia en el almacén de las existencias iniciales, desde el inicio del período (momento 1) hasta su salida. Es decir, los días del presente período que las existencias iniciales han estado en el almacén.

Como hemos visto en el epígrafe anterior, podemos expresar el período que se deduce de las rotaciones contables a partir de la siguiente notación:

$$p_t \frac{EM}{FLUJO / 365} = \frac{EM \cdot 365}{FLUJO} = \frac{SUMA DEL SALDO DIARIO}{FLUJO}$$

Así, para cada flujo, de entrada o de salida, podemos indicar cuál será la formulación que se deduce de las rotaciones.

Para el *flujo de entrada*, la fórmula que tácitamente utilizamos al tomar la información contable es la siguiente:

$$p_{re} = \frac{EXISTENCIA MEDIA}{ENTRADAS DIARIAS} = \frac{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i + \sum_{j=1-t}^0 Q_j \cdot p'_j + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot p'_l}{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i + \sum_{l=k}^n Q_l} \quad [6]$$

Por otra parte, la fórmula que implícitamente utilizamos al tomar el *flujo de salida* para calcular los períodos a partir de las rotaciones es la siguiente:

$$p_{rs} = \frac{EXISTENCIA MEDIA}{SALIDAS DIARIAS} = \frac{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i + \sum_{j=1-t}^0 Q_j \cdot p'_j + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot p'_l}{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i + \sum_{j=1-t}^0 Q_j} \quad [7]$$

De lo expuesto hasta ahora se deduce que p'_i y p'_j no tienen por qué coincidir, respectivamente, con p_i y p_j , por lo que no es posible aceptar mecánicamente las conclusiones de igualdad entre las definiciones teórica y contable del período de permanencia expuestas en el epígrafe 1. En este caso, las expresiones del período de permanencia que se derivan de las rotaciones y la formulación de la media ponderada de unidades de tiempo (período medio de permanencia) tenderán a ser divergentes, a menos que aceptemos la existencia de ciertos supuestos.

Tomando los flujos de entrada, se puede comprobar que ambas definiciones coincidirán cuando:

$$\sum_{j=1-t}^0 Q_j \cdot p'_j = \sum_{l=k}^n Q_l \cdot (p_l - p'_l)$$

Es decir, cuando la suma de las existencias finales multiplicada por los días de permanencia del próximo ejercicio ($p_i - p'_i$) sea igual a la suma de las existencias iniciales multiplicadas por los días de permanencia de este ejercicio (p'_j). Bajo este supuesto, el período medio de permanencia y el calculado a partir de las rotaciones serán coincidentes.

Por su parte, tomando los flujos de salida, verificamos que ambas definiciones son coincidentes cuando:

$$\sum_{l=k}^n Q_l \cdot p'_j = \sum_{j=1-t}^0 Q_j \cdot (p_l - p'_l)$$

Es decir, cuando la suma de las existencias iniciales multiplicada por los días de permanencia en el ejercicio anterior ($p_j - p'_j$) sea igual a la suma de las existencias finales multiplicadas por los días que han estado en este ejercicio (p'_l). Bajo este supuesto, coincidirán el período medio de permanencia y el calculado a través de las rotaciones.

3. EL PERIODO MEDIO DE PERMANENCIA DEL FLUJO TOTAL DEL PERIODO: POSIBILIDADES DE CALCULO A PARTIR DE LA INFORMACION CONTABLE

De lo expuesto hasta aquí se deduce que el principal inconveniente de cualquier definición teórica de período medio de permanencia radica en la dificultad para obtener del sistema contable el valor correcto del numerador, o, expresado en términos más contables, *el saldo diario* de una cuenta nos indica *tan sólo los días de permanencia de este período*.

De esa forma, si queremos determinar el período medio de permanencia de todas las unidades que han experimentado movimientos en el ejercicio (*flujo total del período*), podemos definir su fórmula teórica de cálculo como:

$$p_t = \frac{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i + \sum_{j=1-t}^0 Q_j \cdot p_j + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot p_l}{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i + \sum_{j=1-t}^0 Q_j + \sum_{l=k}^n Q_l} \quad [8]$$

Sin embargo, la suma de los saldos contables nos ofrece una información diferente a la del numerador de [8]:

$$\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i + \sum_{j=1-t}^0 Q_j \cdot p'_j + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot p'_l$$

Esta suma de saldos, lógicamente, será inferior a la que requerimos para aplicar la expresión [8]. Si, a pesar de ello, operamos algebraicamente para formular p_t a partir de la suma de los saldos contables (véase el anexo 2), lograremos una expresión alternativa:

$$p_t = \frac{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i + \sum_{j=1-t}^0 Q_j \cdot p'_j + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot p'_l}{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i + \sum_{j=1-t}^0 \left[1 - \frac{p_j - p'_j}{p_t} \right] \cdot Q_j + \sum_{l=k}^n \left[1 - \frac{p_l - p'_l}{p_t} \right] \cdot Q_l} \quad [9]$$

En esta expresión aparecen dos coeficientes que conviene interpretar:

$$\left[1 - \frac{p_j - p'_j}{p_t} \right]$$

Porcentaje de los días de permanencia en el período sobre los días medios de permanencia para la unidad j , que pertenece a las existencias iniciales.

$$\left[1 - \frac{p_l - p'_l}{p_t} \right]$$

Porcentaje de los días de permanencia en el período sobre los días medios de permanencia para la unidad l , que pertenece a las existencias finales.

Se nos puede reprochar que la expresión [9] resuelve la obtención del numerador (pues se toma directamente de la contabilidad), pero traspassa el problema al denominador, con lo cual dejamos sin resolver el dilema del cálculo de p_t a partir de la información contable. Si bien ello es cierto, la relevancia de la expresión [9] consiste en la capacidad

que tiene para determinar los límites entre los que se encuentra el correcto valor teórico de p_t .

De esta forma, dada la expresión [9], el *límite inferior de p_t* se dará cuando para todo j y l :

$$\left[1 - \frac{p_j - p'_j}{p_t} \right] = \left[1 - \frac{p_l - p'_l}{p_t} \right] = 1.$$

Es decir, cuando $p'_j = p_j$ y $p'_l = p_l$.

A partir de la expresión [9] no es posible determinar exactamente el límite superior de p_t , pues, en situaciones extremas, los coeficientes podrían tomar valores negativos. No obstante, suponiendo una cierta estabilidad en los días de permanencia, es lógico que se den las siguientes desigualdades:

$$i) \quad p_t - \frac{\sum_{j=1}^0 Q_j \cdot (p_j - p'_j)}{\sum_{j=1}^0 Q_j} \geq 0$$

Es decir, que la media ponderada de los días de permanencia de las existencias iniciales en el período anterior no supere al período medio de permanencia del flujo total del período.

$$ii) \quad p_t - \frac{\sum_{l=k}^n Q_l \cdot (p_l - p'_l)}{\sum_{l=k}^n Q_l} \geq 0$$

Es decir, que la media ponderada de los días de permanencia de las existencias finales en el período próximo no supere al período medio de permanencia del flujo total del período.

En el caso de que una de las anteriores desigualdades no se cumpliera, para que los coeficientes definan un denominador menor que $\sum Q_i$ debería darse una segunda condición: la desigualdad negativa que incumple la condición anterior debería ser superior, en valores absolutos, a la otra desigualdad. Expresado ello en términos de condición suficiente, basta con que se cumpla:

$$\text{iii)} \quad \sum_{j=1..t}^0 Q_j \left[1 - \frac{p_j - p'_j}{p_t} \right] + \sum_{l=k}^n \left[1 - \frac{p_l - p'_l}{p_t} \right] \geq 0$$

Todo ello, finalmente, refuerza la factibilidad de los supuestos que nos permitirán definir el límite superior de p_t .

Así pues, hemos establecido unos límites que, bajo supuestos razonables, acotan el intervalo en el que se encuentra el valor teórico de p_t :

Límite superior

$$p_{su} = \frac{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i + \sum_{j=1..t}^0 Q_j \cdot p'_j + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot p'_l}{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i} = \quad [10]$$

$$= \frac{\sum \text{EXISTENCIA DIARIA}}{\text{FLUJO DE UNIDADES QUE HAN REALIZADO TODO EL PROCESO EN EL PERIODO}}$$

El denominador de [10] se obtiene fácilmente de la información contable:

$$\sum_{i=1}^{k-1} Q_i = \text{FLUJO DE ENTRADA} - \text{EX. FINAL} =$$

$$= \text{FLUJO DE SALIDA} - \text{EX. INICIAL}$$

Límite inferior

$$p_{in} = \frac{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i + \sum_{j=1..t}^0 Q_j \cdot p'_j + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot p'_l}{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i + \sum_{j=1..t}^0 Q_j + \sum_{l=k}^n Q_l} = \quad [11]$$

$$= \frac{\sum \text{EXISTENCIA DIARIA}}{\text{FLUJO TOTAL DEL PERIODO}}$$

El denominador de [11] también es fácilmente deducible de la información contable, pues:

$$\text{FLUJO TOTAL DEL PERIODO} = \text{FLUJO DE ENTRADA} + \text{EX. INICIAL} = \\ = \text{FLUJO DE SALIDA} + \text{EX. FINAL}$$

De esta forma, a partir del proceso descrito en este apartado, hemos demostrado que, en condiciones normales, el intervalo entre el que se encuentra el período medio de permanencia del flujo total del período (p_i) puede ser calculado a partir de la información contable. Ello es así, pues todas las variables que se precisan (flujo de entrada, flujo de salida, existencia inicial y existencia final) están incluidas en las Cuentas Anuales que, periódicamente, elabora toda empresa.

4. DIAS MEDIOS DE PERMANENCIA EN EL PERIODO

Con el fin de lograr una fórmula que incluya variables fácilmente extraíbles del sistema contable, aportaremos otro posible promedio teórico: los *días medios de permanencia en el período*. En su definición partimos de la existencia media del ejercicio, dato que puede obtenerse del saldo diario de la cuenta del inventario permanente:

$$\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i + \sum_{j=1}^0 Q_j \cdot p'_j + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot p'_l$$

y ponderamos el denominador para obtener el volumen de unidades comparable con la anterior notación. En este caso, el principal problema, debido a que estamos hablando de períodos que no son homogéneos (p_i son días totales, p'_j y p'_l son sólo días del período), reside en la definición del denominador que teóricamente le corresponde.

Si observamos que:

$$\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i + \sum_{j=1}^0 Q_j \cdot p'_j + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot p'_l = \\ = \sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i + \sum_{j=1}^0 Q_j \cdot (p'_j / p_j) \cdot p_j + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot (p'_l / p_l) \cdot p_l$$

podemos homogeneizar el denominador para que sea compatible con el numerador:

$$\sum_{i=1}^{k-1} Q_i + \sum_{j=1..t}^0 Q_j \cdot (p'_j/p_j) + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot (p'_l/p_l)$$

De esa forma, podemos definir los días de permanencia medios del período:

$$p_p = \frac{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i + \sum_{j=1..t}^0 Q_j \cdot p'_j + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot p'_l}{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i + \sum_{j=1..t}^0 Q_j \cdot (p'_j/p_j) + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot (p'_l/p_l)} \quad [13]$$

Como se puede comprobar, tampoco logramos espectaculares avances, ya que la obtención de este denominador del sistema contable plantea problemas similares a los relacionados con los numeradores del resto de definiciones teóricas de períodos medios de permanencia.

Otro inconveniente, debido al ajuste matemático realizado, es la imposibilidad de identificar el flujo real de unidades sobre el que estamos realizando el promedio de días. Ello es debido a que no tratamos exclusivamente de unidades, sino también de la ponderación dada a cada una de las que forman parte de las existencias iniciales y finales (la ponderación dependerá de los días del período que han estado en el proceso con respecto a los días totales de permanencia).

Otro inconveniente, debido al ajuste matemático realizado, es la imposibilidad de identificar el flujo real de unidades sobre el que estamos realizando el promedio de días. Ello es debido a que no tratamos exclusivamente de unidades, sino también de la ponderación dada a cada una de las que forman parte de las existencias iniciales y finales (la ponderación dependerá de los días del período que han estado en el proceso con respecto a los días totales de permanencia).

A pesar de estos inconvenientes, esta media de días de permanencia del período presenta la ventaja, o la propiedad, de permitir el cálculo de sus límites superior e inferior sin necesidad de realizar supuesto alguno:

$$p_{su} = \frac{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i + \sum_{j=1-t}^0 Q_j \cdot p'_j + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot p'_l}{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i}$$

Como se puede comprobar, el denominador de la anterior expresión siempre será inferior o igual al de p_p , y como el numerador de uno y otro coinciden, tenemos que p_{su} será siempre mayor o igual a p_p .

$$p_{in} = \frac{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i + \sum_{j=1-t}^0 Q_j \cdot p'_j + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot p'_l}{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i + \sum_{j=1-t}^0 Q_j + \sum_{l=k}^n Q_l}$$

Asimismo, por definición p'/p siempre será inferior a la unidad, por lo que, con igual numerador y con un denominador siempre superior, p_{in} será en todos los casos inferior o igual a p_p .

De hecho, sería posible aportar otras posibles definiciones teóricas. Sin embargo, con las hasta ahora enumeradas quedan recogidos los flujos más característicos del proceso circulatorio de la actividad empresarial.

En este sentido, la conclusión final a la que se llega en todos los casos es la misma:

La información contable no permite calcular con exactitud, a menos que aceptemos la existencia de ciertos supuestos, ninguna de las definiciones teóricas de período medio de permanencia que se han aportado. Sin embargo, partiendo de la información contable es factible encontrar los límites, superior e inferior, entre los que se encuentran, bajo los supuestos de regularidad indicados, los períodos medios de permanencia p_t y p_p .

5. SINTESIS SOBRE LOS POSIBLES PERIODOS DE PERMANENCIA TEORICOS Y DE SU CALCULO EN LA PRACTICA

Como resumen final, presentamos a continuación las definiciones teóricas de período medio de permanencia utilizadas (cuadro 1), a las

CUADRO 1
DIAS DE PERMANENCIA QUE SE HAN DEFINIDO

NUMERADOR	DENOMINADOR	SIM-BOLO
Suma de existencias	Flujo correspondiente	
$\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i + \sum_{j=1-t}^0 Q_j \cdot p_j + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot p_l$	$\sum_{i=1}^{k-1} Q_i + \sum_{l=k}^n Q_l + \sum_{j=1-t}^0 Q_j$	p_t [8]
$\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot p_l$	$\sum_{i=1}^{k-1} Q_i + \sum_{l=k}^n Q_l$	p_c [4]
$\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i + \sum_{j=1-t}^0 Q_j \cdot p_j$	$\sum_{i=1}^{k-1} Q_i + \sum_{j=1-t}^0 Q_j$	p_s [5]
$\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i$	$\sum_{i=1}^{k-1} Q_i$	p_l [12]
$\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i + \sum_{j=1-t}^0 Q_j \cdot p'_j + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot p'_l$	$\sum_{i=1}^{k-1} Q_i + \sum_{j=1-t}^0 Q_j \cdot (p'_j/p_j) + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot (p'_l/p_l)$	p_p [13]

p_t : período medio de permanencia del flujo total.

p_c : período medio de permanencia del flujo de entrada.

p_s : período medio de permanencia del flujo de salida.

p_l : período medio de permanencia de las unidades que han iniciado y finalizado el proceso en el ejercicio (Anexo 3).

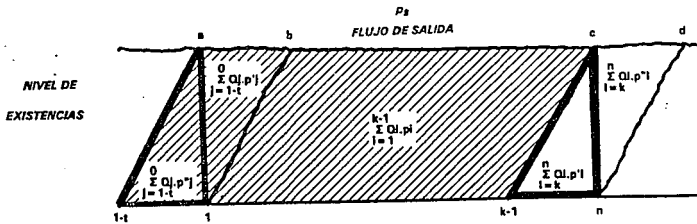
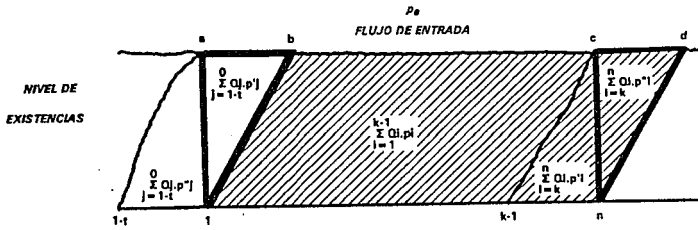
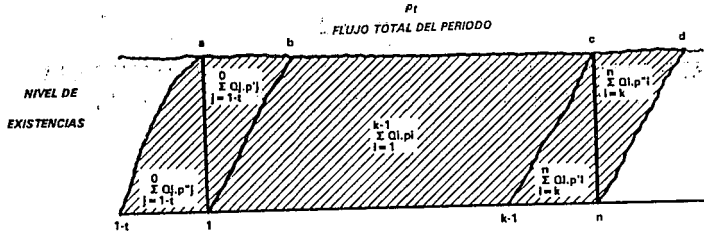
p_p : días medios de permanencia del período.

que añadimos una nueva definición, descrita en el anexo 3, la representación gráfica que clarifica cuál es el numerador que se considera en cada una de las definiciones teóricas, y los supuestos que hacen igualar dichas definiciones teóricas con las aplicaciones prácticas que se deducen de las rotaciones contables (cuadro 2).

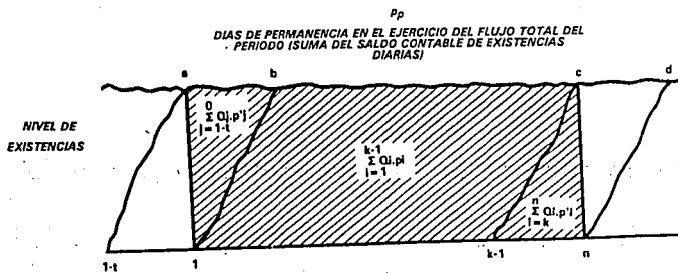
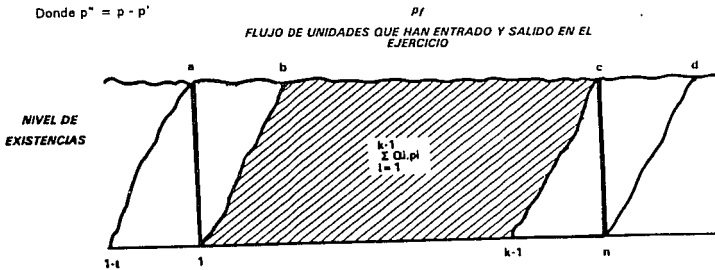
CONCLUSIONES

En el desarrollo del presente trabajo se ha tratado del conocido concepto de rotación, y de su definición subyacente de período de perma-

FIGURA 3



Donde $p^* = p \cdot p'$



CUADRO 2

APROXIMACION A LOS PERIODOS DE PERMANENCIA
A PARTIR DE LAS ROTACIONES CONTABLES

DEFINICIÓN CONTABLE

		$EM.365/(E + EI)$	$EM.365/(E - EF)$	$\frac{p_c}{EM.365/E}$	$\frac{p_n}{EM.365/S}$
PERIODO DE PERMANENCIA	p_i	A, LIMITE INFERIOR	A, LIMITE SUPERIOR	A, B	A, C
	p_c	A, D	A, E	A, F	A, G
	p_s	A, H	A, I	A, J	A, K
	p_l	A, L LIM. INFERIOR	A LIM. SUPERIOR	A, M	A, N
	p_p	A, O LIM. INFERIOR	A LIM. SUPERIOR	A, P	A, Q

* F y K tenderán a lograr una buena aproximación entre las definiciones teóricas y las fórmulas contables en la medida que los movimientos de las existencias presenten una cierta regularidad.

** Véase en el Anexo 3 el proceso de determinación de los límites de p_l .

*** Las condiciones generales para que se produzcan los cruces señalados quedan recogidos en el Anexo 4.

nencia, como instrumento que permite evaluar la gestión del circulante empresarial.

Con el fin de comprobar la validez de las definiciones de la rotación y del período de permanencia que se calculan a partir de la información contable, se han relacionado éstas con la definición estadística de media

ponderada de días de permanencia (*período medio de permanencia*). De tal comparación se han podido obtener las siguientes conclusiones:

1. *Suponiendo nulas las existencias iniciales y finales (este es un caso particular de unas condiciones más generales), cualquier definición contable de rotación nos permite determinar exactamente el período medio de permanencia.*

2. *Refiriéndonos a un período determinado, existe la posibilidad de definir un número importante de períodos de permanencia (concebidos éstos como la media ponderada de los días que un conjunto de unidades ha estado en un proceso). En este trabajo hemos resaltado cinco posibles períodos de permanencia que son, a su vez, los que se deducen de considerar los flujos de movimientos más significativos.*

3. *A pesar de tal abanico de períodos de permanencia, la información contable que normalmente posee o suministra una empresa no permite calcular ninguno de ellos con total exactitud.*

4. *Existe una serie de aproximaciones prácticas de extenso uso (las conocidas rotaciones calculadas a partir de los flujos de entrada o de salida) que, bajo el cumplimiento de algunos supuestos, permiten calcular estos períodos, pero, en general, no está garantizado que exista igualdad entre las definiciones teóricas y sus aproximaciones prácticas. En este sentido, se han formalizado los supuestos que un analista asume cuando opta por una determinada fórmula para calcular los días de permanencia.*

5. *Se han aportado tres definiciones de período medio de permanencia cuyo valor exacto no es posible calcular a partir de la información contable. No obstante, es factible establecer, a partir de supuestos razonables, tanto un límite inferior como un límite superior. Ello se logra readecuando, tal como se recoge en el cuadro 2, la expresión del período de permanencia que se deduce de las rotaciones; para ello, es necesario utilizar dos nociones de flujo diferentes a las generalmente utilizadas en las aplicaciones prácticas:*

— *Flujo total del período.*

— *Flujo de unidades que han entrado y salido en el período.*

Tales flujos son de fácil obtención de las Cuentas Anuales, aunque habitualmente no han sido considerados en las fórmulas que tratan de

deducir los días medios de permanencia a partir de la información contable.

Los límites indicados, de hecho, están cuantificando el posible grado de error que puede cometerse al determinar los días de permanencia. Por tanto, serán de gran ayuda al analista para calibrar el grado de exactitud de los cálculos que realiza.

De igual forma, desde una perspectiva interna, tales límites ayudan a resolver el dilema entre modificar o no el sistema de información contable, para posibilitar el cálculo del período de permanencia con mayor exactitud.

6. En el desarrollo del presente trabajo hemos supuesto que la existencia media del ejercicio es un dato fácilmente extraíble del sistema contable. Sin embargo, para un analista externo, el saldo medio es un dato que no aparece normalmente en las Cuentas Anuales de las empresas. La estimación indirecta del nivel medio de existencias introduce una perturbación adicional a todas las referidas con anterioridad.

7. Como derivación lógica del punto anterior, la inclusión en la Memoria del nivel medio de existencias que se ha mantenido en el ejercicio facilitaría en gran medida la realización del análisis externo de las magnitudes del circulante.

8. Al presentar las distintas definiciones de período medio de permanencia se ha considerado que los movimientos de salida reales están reflejados, con la misma cadencia, en el sistema contable. Si en el reflejo de las operaciones de salida se ha optado por un convenio diferente (nos referimos a los habituales convenios FIFO o LIFO, por ejemplo) se está introduciendo una perturbación adicional en el cálculo del período medio de permanencia. Un estudio detallado de tal perturbación supera los límites lógicos de extensión de este trabajo (la casuística a la que deberíamos hacer referencia es muy extensa y variada).

9. Las limitaciones de extensión ya indicadas nos aconsejan omitir el cálculo del período de permanencia que se deduce de comprar magnitudes valoradas en pesetas constantes. Sin embargo, obsérvese que, desde la perspectiva del análisis interno, ello queda totalmente resuelto si definimos las sucesivas variables Q_i como unidades físicas.

BIBLIOGRAFIA

- BERNSTEIN, L. A. (1989): *Financial Statement Analysis*, D. J. Irwin, 4.ª ed.
- CAÑIBANO CALVO, LEANDRO, y BUENO CAMPOS, EDUARDO (1978): «Cash-Flow», *autofinanciación y tesorería*, Ed. Pirámide.
- CONSO, P. (1971): *Fonds de roulement et politique financière*, Dunod.
- FERNÁNDEZ PIRLA, JOSÉ MARÍA (1975): *Economía y Gestión de la Empresa*, Ed. ICE, 7.ª ed.
- FOSTER, G. (1986): *Financial Statement Analysis*, Prentice-Hall, 2.ª ed.
- GIBSON, C. H. (1989): *Financial Statement Analysis. Using financial accounting information*, PWS-KENT, 4.ª ed.
- MAILLER, JACKY, y REMILLERET, MICHEL (1990): *Analyse financière de l'entreprise*, Ed. Clet.
- RIVERO ROMERO, JOSÉ (1987): *Análisis de estados financieros (un ensayo)*, Ed. Trivium, 2.ª ed.
- RIVERO TORRE, PEDRO (1976): «El balance y la representación media o típica de la empresa», *Revista Española de Financiación y Contabilidad*, vol. VI, núm. 19, págs. 37-60.
- (1987): *Análisis de balances y estados complementarios*, Ed. Pirámide.
- ROY, H. (1971): *Analyse financière et méthode normative*, Dunod, París.
- SILVESTRE PÉREZ, PEDRO, y SILVESTRE CASTILLO, MANUEL (1987): *Los flujos externos de las empresas*, Centro de Formación del Banco de España.
- (1989): *Análisis económico y financiero. Basado en la metodología del Banco de España*, Centro de Formación del Banco de España.
- STICKNEY, C. P. (1990): *Financial Statement Analysis, a strategic perspective*, Harcourt Brace Jovanovich Publishers.
- WESTWICK, C. A. (1981): *How to use management ratios*, Gower, 5.ª reimpression.

ANEXO 1

Para verificar las condiciones de igualdad entre p_e y p_s , y con el fin de simplificar la notación matemática, aceptemos las siguientes correspondencias:

$$A = \sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i, \quad B = \sum_{l=k}^n Q_l \cdot p_l, \quad C = \sum_{i=1}^{k-1} Q_i, \quad D = \sum_{l=k}^n Q_l, \quad E = \sum_{j=1..1}^0 Q_j \cdot p_j, \quad F = \sum_{j=1..1}^0 Q_j$$

Entonces, la igualdad de p_e y p_s implica:

$$p_e = p_s = \frac{A+B}{C+D} = \frac{A+E}{C+F}$$

O lo que es lo mismo:

$$\frac{A+E}{A+B} = \frac{C+F}{C+D}$$

Esta igualdad se cumplirá cuando:

i) $B=E=D=F=0$; es decir, las existencias iniciales y finales son nulas (supuesto del apartado 1).

ii) $B=E$ y $D=F$; es decir, el valor absoluto de las existencias iniciales y finales coincide y, además, coinciden los días de permanencia de las existencias iniciales y finales.

iii) $C+F=(A+E) \cdot (\alpha)$ y $C+D=(A+B) \cdot (\alpha)$; es decir, existe un coeficiente de ponderación ($\alpha: \alpha > 0$) que permite igualar tanto el numerador como el denominador de las fórmulas de los períodos medios de permanencia de flujos de entrada y salida.

ANEXO 2

Partamos de la fórmula general de p_i :

$$p_i = \frac{\sum_{t=1}^{k-1} Q_t \cdot p_t + \sum_{j=1-t}^0 Q_j \cdot p_j + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot p_l}{\sum_{t=1}^{k-1} Q_t + \sum_{j=1-t}^0 Q_j + \sum_{l=k}^n Q_l}$$

Realicemos el siguiente proceso de transformación:

$$p_i \cdot \left[\sum_{t=1}^{k-1} Q_t + \sum_{j=1-t}^0 Q_j + \sum_{l=k}^n Q_l \right] = \sum_{t=1}^{k-1} Q_t \cdot p_t + \sum_{j=1-t}^0 Q_j \cdot p_j + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot p_l$$

$$p_i \cdot \left[\sum_{t=1}^{k-1} Q_t + \sum_{j=1-t}^0 Q_j + \sum_{l=k}^n Q_l \right] = \sum_{t=1}^{k-1} Q_t \cdot p_t + \sum_{j=1-t}^0 Q_j \cdot (p_i - p'_j + p'_j) + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot (p_i - p'_l + p'_l)$$

$$\begin{aligned} p_i \cdot \left[\sum_{t=1}^{k-1} Q_t + \sum_{j=1-t}^0 \left(1 - \frac{p_j - p'_j}{p_i} \right) \cdot Q_j + \sum_{l=k}^n \left(1 - \frac{p_l - p'_l}{p_i} \right) \cdot Q_l \right] &= \\ &= \sum_{t=1}^{k-1} Q_t \cdot p_t + \sum_{j=1-t}^0 Q_j \cdot p'_j + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot p'_l \end{aligned}$$

Para conseguir finalmente:

$$p_i = \frac{\sum_{t=1}^{k-1} Q_t \cdot p_t + \sum_{j=1-t}^0 Q_j \cdot p'_j + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot p'_l}{\sum_{t=1}^{k-1} Q_t + \sum_{j=1-t}^0 \left[1 - \frac{p_j - p'_j}{p_i} \right] \cdot Q_j + \sum_{l=k}^n \left[1 - \frac{p_l - p'_l}{p_i} \right] \cdot Q_l}$$

ANEXO 3

PERIODO MEDIO DE PERMANENCIA DE LAS UNIDADES QUE HAN ENTRADO Y SALIDO EN EL PERIODO

Se trata de considerar aisladamente las unidades que han comenzado y finalizado el proceso durante el ejercicio:

$$p_r = \frac{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i}{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i} \quad [12]$$

Para esta nueva definición los límites hallados en el caso de p_i también serán válidos. Ello es así, pues:

El límite superior de p_i :

$$p_{su} = \frac{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i + \sum_{j=1, i}^0 Q_j \cdot p'_j \times \sum_{l=k}^n Q_l \cdot p'_l}{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i}$$

contiene un numerador superior al de p_i y el mismo denominador.

Para el límite inferior de p_i habrá que realizar algunos supuestos similares a los ya descritos en el caso de p_i :

i)
$$p_r - \frac{\sum_{j=1, i}^0 Q_j \cdot (p'_j)}{\sum_{i=1, i}^0 Q_i} \geq 0$$

Es decir, que la media ponderada de los días de permanencia de las existencias iniciales en el presente período no supere al período medio de permanencia de las unidades que han entrado y salido en el ejercicio.

ii)
$$p_r - \frac{\sum_{l=k}^n Q_l \cdot (p'_l)}{\sum_{l=k}^n Q_l} \geq 0$$

Es decir, que la media ponderada de los días de permanencia de las existencias finales en el presente período no supere al período medio de permanencia de las unidades que han entrado y salido en el ejercicio.

En el caso de que una de las anteriores desigualdades no se cumpliera, debería darse una segunda condición para que se invalidase el establecimiento del límite

inferior: la desigualdad negativa que incumple la condición anterior debería ser superior, en valores absolutos, a la otra desigualdad. Todo ello, finalmente, refuerza la factibilidad de los supuestos que nos permiten definir el límite inferior de p_j :

$$\text{iii)} \quad \sum_{j=1..t}^0 \left[1 - \frac{p'_j}{p_t} \right] + \sum_{l=k}^n \left[1 - \frac{p'_l}{p_t} \right] \geq 0$$

ANEXO 4

Las condiciones generales para que se produzcan los cruces señalados en el cuadro 2 son:

$$\text{A)} \quad \sum_{i=1..t}^0 Q_i = \sum_{l=k}^n Q_l = 0$$

Es decir, que no haya existencias iniciales ni finales.

$$\text{B)} \quad \frac{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i + \sum_{l=k}^n Q_l}{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i + \sum_{j=1..t}^0 Q_j + \sum_{l=k}^n Q_l} = \frac{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i + \sum_{j=1..t}^0 Q_j \cdot p'_j + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot p'_l}{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i + \sum_{j=1..t}^0 Q_j \cdot p_j + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot p_l}$$

Es decir, cuando la proporción entre el flujo de entrada y el flujo total del período sea igual a la proporción entre la suma del saldo contable y la suma de las unidades-días totales que requiere p_i .

$$\text{C)} \quad \frac{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i + \sum_{j=1..t}^0 Q_j}{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i + \sum_{j=1..t}^0 Q_j + \sum_{l=k}^n Q_l} = \frac{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i + \sum_{j=1..t}^0 Q_j \cdot p'_j + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot p'_l}{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i + \sum_{j=1..t}^0 Q_j \cdot p_j + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot p_l}$$

Es decir, cuando la proporción entre el flujo de salida y el flujo total del período sea igual a la proporción entre la suma del saldo contable y la suma de las unidades-días totales que requiere p_l .

$$\text{D)} \quad \frac{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i + \sum_{l=k}^n Q_l + \sum_{j=1..t}^0 Q_j}{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i + \sum_{l=k}^n Q_l} = \frac{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i + \sum_{j=1..t}^0 Q_j \cdot p'_j + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot p'_l}{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot p_l}$$

Es decir, cuando la proporción entre el flujo total del período y el flujo de entrada sea igual o la proporción entre la suma del saldo contable y la suma de las unidades-días totales que requiere p_e .

E

$$\frac{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i}{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i + \sum_{l=k}^n Q_l} = \frac{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i + \sum_{j=1, l}^0 Q_j \cdot p'_j + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot p'_l}{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot p_l}$$

Es decir, cuando la proporción entre el flujo de unidades que han entrado y salido en el período y el flujo de entrada sea igual a la proporción entre la suma del saldo contable y a suma de las unidades-días totales que requiere p_e .

F

$$\sum_{j=1, l}^0 Q_j \cdot p'_j = \sum_{l=k}^n Q_l \cdot (p_l - p'_l)$$

Es decir, cuando la suma de las existencias iniciales multiplicada por los días de permanencia en este ejercicio se iguale a la suma de las existencias finales multiplicada por los días de permanencia del próximo ejercicio.

G

$$\frac{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i + \sum_{j=1, l}^0 Q_j}{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i + \sum_{l=k}^n Q_l} = \frac{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i + \sum_{j=1, l}^0 Q_j \cdot p'_j + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot p'_l}{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot p_l}$$

Es decir, cuando la proporción entre el flujo de salida y el flujo de entrada sea igual a la proporción entre la suma del saldo contable y la suma de las unidades-días totales que requiere p_e .

H

$$\frac{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i + \sum_{l=k}^n Q_l + \sum_{j=1, l}^0 Q_j}{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i + \sum_{j=1, l}^0 Q_j} = \frac{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i + \sum_{j=1, l}^0 Q_j \cdot p'_j + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot p'_l}{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i + \sum_{j=1, l}^0 Q_j \cdot p_j}$$

Es decir, cuando la proporción entre el flujo total del período y el flujo de salida sea igual a la proporción entre la suma del saldo contable y la suma de las unidades-días totales que requiere p_e .

I

$$\frac{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i}{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i + \sum_{j=1, l}^0 Q_j} = \frac{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i + \sum_{j=1, l}^0 Q_j \cdot p'_j + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot p'_l}{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i + \sum_{j=1, l}^0 Q_j \cdot p_j}$$

Es decir, cuando la proporción entre el flujo de unidades que han entrado y salido en el ejercicio y el flujo de salida sea igual a la proporción entre la suma del saldo contable y la suma de las unidades-días totales que requiere p_s .

$$\boxed{J} \quad \frac{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i + \sum_{j=k}^n Q_j}{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i + \sum_{j=1}^0 Q_j} = \frac{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i + \sum_{j=1}^0 Q_j \cdot p'_j + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot p'_l}{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i + \sum_{j=1}^0 Q_j \cdot p_j}$$

Es decir, cuando la proporción entre el flujo de entrada y el flujo de salida sea igual a la proporción entre la suma del saldo contable y la suma de las unidades-días totales que requiere p_s .

$$\boxed{K} \quad \sum_{l,k}^n Q_l \cdot p'_l = \sum_{j=1}^0 Q_j \cdot (p_j - p'_j)$$

Es decir, cuando la suma de las existencias iniciales multiplicada por los días de permanencia del ejercicio anterior se iguala a la suma de las existencias finales multiplicada por los días de permanencia en este ejercicio.

$$\boxed{L} \quad \frac{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i + \sum_{l=k}^n Q_l + \sum_{j=1}^0 Q_j}{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i} = \frac{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i + \sum_{j=1}^0 Q_j \cdot p'_j + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot p'_l}{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i}$$

Es decir, cuando la proporción entre el flujo total del período y el flujo de unidades que han entrado y salido en el ejercicio sea igual a la proporción entre la suma del saldo contable y la suma de las unidades-días totales que requiere p_t .

$$\boxed{M} \quad \frac{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i + \sum_{l=k}^n Q_l}{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i} = \frac{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i + \sum_{j=1}^0 Q_j \cdot p'_j + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot p'_l}{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i}$$

Es decir, cuando la proporción entre el flujo de entrada y el flujo de unidades que han entrado y salido en el ejercicio sea igual a la proporción entre la suma del saldo contable y la suma de las unidades-días totales que requiere p_t .

$$\boxed{N} \quad \frac{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i + \sum_{j=1}^0 Q_j}{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i} = \frac{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i + \sum_{j=1}^0 Q_j \cdot p'_j + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot p'_l}{\sum_{i=1}^{k-1} Q_i \cdot p_i}$$

Es decir, cuando la proporción entre el flujo de salida y el flujo de unidades que han entrado y salido en el ejercicio sea igual a la proporción entre la suma del saldo contable y la suma de las unidades-días totales que requiere p_j .

$$\boxed{O} \quad \sum_{j=1..t}^0 Q_j \cdot (p'_j/p_j) + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot (p'_l/p_l) = \sum_{l=k}^n Q_l + \sum_{j=1..t}^0 Q_j$$

La suma de las existencias iniciales ponderadas por la importancia de los días del período respecto a los totales, más la suma de las existencias finales ponderadas por la importancia de los días del período respecto a los totales, ha de coincidir con la suma de las existencias iniciales y finales.

$$\boxed{P} \quad \sum_{j=1..t}^0 Q_j \cdot (p'_j/p_j) + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot (p'_l/p_l) = \sum_{l=k}^n Q_l$$

La suma de las existencias iniciales ponderadas por la importancia de los días del período respecto a los totales, más la suma de las existencias finales ponderadas por la importancia de los días del período respecto a los totales, han de coincidir con la suma de las existencias finales.

$$\boxed{Q} \quad \sum_{j=1..t}^0 Q_j \cdot (p'_j/p_j) + \sum_{l=k}^n Q_l \cdot (p'_l/p_l) = \sum_{j=1..t}^0 Q_j$$

La suma de las existencias iniciales ponderadas por la importancia de los días del período respecto a los totales, más la suma de las existencias finales ponderadas por la importancia de los días del período respecto a los totales, ha de coincidir con la suma de las existencias iniciales.