REVISTA ESPAÑOLA DE FINANCIACIÓN Y CONTABILIDAD
Vol. XXI, n. 67
abril-junio 1991
pp. 489-500

Eva Jansson
Departament d'Economia de l'Empresa. Universitat Autònoma de Barcelona

MODELO DE SALDO DE CAJA

1. *Modelo lineal general.*
2. *El modelo estacional.*
3. *Modelo de tres alternativas financieras.*
4. *Conclusiones.*

DESDE que Baumol (1) en el año 1952 formuló su modelo de saldo de caja basándose en que el dinero puede ser tratado como un bien, al cual se le puede aplicar la teoría de inventarios, ha ido apareciendo una gran cantidad de modelos en esta misma línea. El objetivo de todos ellos es encontrar el saldo óptimo de gestión, es decir, aquel saldo que minimice los costes de tener dinero líquido, a saber: *a)* los costes de oportunidad de mantener efectivo con nula rentabilidad; *b)* los costes de transacción de invertir y desinvertirlo en alguna otra alternativa financiera, y *c)* los costes de penalización en caso de incurrir en saldos negativos o rebajar algún nivel de seguridad prefijado. El modelo de Baumol es determinístico, estático de dos alternativas financieras: dinero en efectivo y títulos a corto plazo con poco riesgo. Los autores que posteriormente han desarrollado el modelo de Baumol han ido incluyendo:

(1) W. J. BAUMOL, «The Transactions Demand for Cash: An Inventory Theoretic Approach», *Quaterly Journal of Economics*, vol. LVI, 1952, págs. 545-556.

— la incertidumbre,
— el tiempo,
— una tercera alternativa financiera.

Hay modelos para cualquier combinación de estos factores. Un modelo que incluye la incertidumbre es el de Miller-Orr (2), y los mismos autores amplían su modelo a tener en cuenta tres alternativas financieras en otro artículo (3). Los modelos que tienen en cuenta tanto el tiempo como la incertidumbre suelen ser formulados como modelos de programación dinámica, ejemplos de ellos son los modelos de Eppen-Fama (4), Girgis (5), Neave (6) y Chitre (7). La tercera alternativa financiera incluida puede ser títulos a largo plazo, como en los modelos de Eppen-Fama (8) y el de Miller-Orr ya citado, o la posibilidad de conseguir préstamos como en el modelo de Elton-Gruber (9).

Tradicionalmente, los motivos por los cuales las empresas mantienen dinero en efectivo son los de transacción, de precaución y de especulación. El primero se debe a la falta de sincronización entre los cobros y pagos; el modelo de Baumol es aplicable en este caso, al igual que otros modelos determinísticos. El motivo de precaución se debe a que no todos los cobros y pagos son previsibles y se hace necesario mantener saldos de caja por encima del nivel estrictamente necesario por el motivo de transacción si no se quiere incurrir en saldos negativos. Sin embargo, al introducir la incertidumbre, se hace difícil distinguir entre si el saldo se mantiene por motivos de transacción o de precaución y la mayoría de los

(2) M. H. MILLER y D. ORR, «A Model of the Demand for Money by Firms, *Quaterly Journal of Economics*, vol. LXXX, 1966, págs. 417-435.

(3) M. H. MILLER y D. ORR, «The Demand for Money by Firms: Extensions of Analytical Results», *Journal of Finance*, vol. XXIII, núm. 5, 1968, págs. 735-759.

(4) G. D. EPPEN y E. F. FAMA, «Cash Balance and Simple Dynamic Portfolio Problems with Proportional Costs», *International Economic Review*, vol. 10, núm. 2, 1969, págs. 119-133.

(5) N. M. GIRGIS, «Optimal Cash Balance Levels», *Management Science*, vol. 15, núm. 3, 1968, págs. 130-140.

(6) E. H. NEAVE, «The Stochastic Cash Balance Problem with Fixed Costs for Increases and Decreases», *Management Science*, vol. 16, núm. 7, 1970, págs. 472-490.

(7) V. CHITRE, «A Dynamic Programming Model of Demand for Money with a Planned Total Expenditure», *International Economic Review*, vol. 13, núm. 2, 1972, págs. 303-323.

(8) G. D. EPPEN y E. F. FAMA, «Three Assett Cash Balance and Dynamic portfolio Problems», *Management Science*, vol. 17, núm. 5, 1971, págs. 311-319.

(9) E. J. ELTON y M. J. GRUBER, «On the Cash Balance Problem», *Operational Research Quaterly*, vol. 25, núm. 4, 1974.

modelos los tratan conjuntamente. Sin embargo, no todos los autores están de acuerdo con esta práctica, ver, por ejemplo, Sprenkle (10) y Sprenkle-Miller (11), que consideran que se incurre en errores al no diferenciar entre estos dos motivos. El motivo de especulación se debe al interés de poder aprovechar inversiones temporales con alta rentabilidad si se presentan, pero es un tema que está fuera del ámbito de la gestión «normal» del efectivo, y por ese motivo no citaremos ningún modelo formulado en este sentido.

Los modelos dinámicos estocásticos, es decir, los que tienen en cuenta tanto la aleatoriedad en los cobros y pagos como el desarrollo en el tiempo del saldo de caja, son los más completos desde el punto de vista teórico, pero tienen su dificultad en su resolución debido a que no existe ningún algoritmo generalmente aplicable a ellos como es el caso de los modelos de la programación lineal y el algoritmo simplex. Sin embargo, existe la posibilidad de transformar el modelo dinámico en uno lineal si el horizonte temporal considerado es infinito. Este método fue desarrollado primeramente por Manne (12) y después por d'Epenoux (13) y por Ghellinck-Eppen (14). No es necesario formular primero el modelo dinámico, sino se puede formular directamente el modelo lineal, lo que resulta más fácil. Otra ventaja es que el modelo lineal es mucho más flexible que el dinámico y permite la introducción de variantes imposibles o muy complicadas de introducir en el modelo dinámico como, por ejemplo, la estacionalidad en los cambios netos de caja. Otra ventaja adicional es que el modelo lineal permite efectuar un análisis de sensibilidad y paramétrico, de gran ayuda en caso de difícil estimación de los parámetros.

Nuestro objetivo es la formulación de un modelo de saldo de caja como modelo lineal directamente sin pasar por el modelo dinámico, introduciendo, por una parte, una tercera alternativa financiera, que será títulos a largo plazo, y, por otra parte, la estacionalidad en los cambios

(10) C. M. SPRENKLE, «On the precautionary demand for assetts», *Journal of Banking and Finance*, 1985, págs. 499-515.

(11) C. M. SPRENKLE y M. H. MILLER, «The Precautionary Demand for Narrow and Broad Money», *Economica*, 47, 1980, págs. 407-421.

(12) A. S. MANNE, «Linear Programming and Sequential Decisions», *Management Science*, 1960, págs. 259-267.

(13) F. D'EPENOUX, «Sur un Problème de Production et de Stockage dans l'aléatorie», *Revue Française de Recherche Operationelle*, núm. 14, 1960, págs. 13-16.

(14) G. T. DE GHELLINCK y G. D. EPPEN, «Linear Programming Solutions for Separable Markovian Decision Problems», *Management Science*, vol. 13, núm. 5, 1967, págs. 371-394.

netos de caja. En primer lugar, explicaremos la formulación del modelo lineal general que sirve de base para resolver el modelo dinámico estocástico para después ampliarlo con la introducción de las variantes mencionadas. En las conclusiones trataremos de la aplicabilidad del modelo desarrollado.

1. MODELO LINEAL GENERAL

El problema es el siguiente: al principio de un período el saldo de caja puede encontrarse en N estados posibles, simbolizados con i ($i=1, 2, \ldots, N$). En períodos iguales de tiempo ($t=0, 1, 2, \ldots$) hay que decidir si se cambia este nivel i, y en caso afirmativo, hasta qué nivel j se debe llevar. Por supuesto, existe la posibilidad de no hacer nada. La ejecución de las decisiones se considera instantánea y ocurre al principio de un período. Entre dos decisiones consecutivas se dan entradas y salidas al saldo de caja, cuyo efecto neto puede ser positivo o negativo. Los cambios netos de caja son una variable aleatoria con una función de probabilidad conocida o posible su estimación. Para facilitar los cálculos se suele anotar los cambios netos al final de un período. El hecho de que los cambios netos de caja pueden ser positivos o negativos diferencian los modelos de saldo de caja de los modelos de inventarios donde «la demanda» nunca es negativa.

Los costes que intervienen en el modelo son los costes de transacción de llevar el saldo del estado i al j, los costes de oportunidad y de penalización de empezar y finalizar respectivamente un período en el estado j. Simbolizaremos los costes de transacción como:

$$t(i, j) = \begin{cases} K_u + c_u(j-i) & \text{si } j > i \\ 0 & \text{si } j = i \\ K_d + c_d(i-j) & \text{si } j < i \end{cases}$$

donde K_u y K_d son los costes fijos de incrementar o disminuir el saldo respectivamente, y c_u y c_d los costes variables unitarios correspondientes. La formulación de $t(i, j)$ es general y permite obtener los casos especiales que se pueden dar. Por ejemplo, si sólo intervienen los costes fijos basta fijar los c_u y c_d con valor cero, y análogamente fijar los K_u y K_d con valor cero si sólo intervienen los costes variables.

Los costes de oportunidad vienen determinados por la expresión:

$$L(j)=c_h(j-M) \qquad \text{si } j\geq M$$

donde c_h son los costes unitarios de oportunidad y M es el nivel mínimo fijado para el saldo de caja, por debajo del cual no es conveniente que se mantenga; en muchos casos se fija en cero.

Si al principio del período cambiamos el saldo de caja hasta el nivel j, no es seguro que lleguemos a este nivel al final del mismo, ya que durante el período habrán cambios netos de caja, pero conociendo la función de probabilidad de éstos podemos calcular la probabilidad de llegar a distintos niveles j del saldo. Como los costes de penalización dependen del nivel j alcanzado, serán también una variable aleatoria cuyo valor esperado podemos calcular.

Si simbolizamos:

d =cambios netos de caja
$p(d)$=función de probabilidad de d
c_p =coste unitario de penalización

los costes esperados de penalización serán:

$$L(j)=\Sigma_{j\leq M}c_p(M-j)\; p(d) \qquad \text{si } j<M$$

El objetivo es la minimización de la suma de los costes durante el horizonte temporal considerado. Para la minimización formulamos la siguiente función de recurrencia:

$$f_n(i)=\begin{cases} \min_{j\geq i}\,(K_u+c_u(j-i)+L(j)+\alpha\Sigma_d f_{n-1}\,(j+d)\; p(d)) \\ \min_{j<i}\,(K_d+c_d(i-j)+L(j)+\alpha\Sigma_d f_{n-1}\,(j+d)\; p(d)) \end{cases}$$

donde:

$f_n(i)=0$
α =factor de actualización

y los demás símbolos tienen el significado explicado anteriormente.

Este es un modelo de saldo de caja dinámico estocástico y puede ser resuelto mediante:

— método de aproximaciones sucesivas,
— método de mejora de políticas,
— método de la programación lineal.

Los dos primeros no tienen ningún algoritmo generalmente aplicable a ellos, lo que dificulta su utilización. En cambio, para el último podemos usar el algoritmo simplex.

Como ya mencionamos, este último método fue primeramente desarrollado por Manne y después por otros autores. Se basa en que un modelo de programación dinámica estocástica se puede considerar equivalente a un proceso de Markov, donde cada transición de un estado a otro implica un coste o un rendimiento. Suponiendo un horizonte temporal infinito, este proceso ha llegado a su estado de equilibrio, que en la práctica ocurre en pocos períodos. En equilibrio se cumple que la probabilidad de encontrarse en un estado particular al principio de un período es la misma que al final y es lo que señalan las restricciones del modelo. Como función objetivo se puede tomar la minimización de los costes medios por período, como en el modelo de Manne, o la minimización de los costes totales esperados, como en el modelo de Ghellinck-Eppen, que se verán en la obligación de actualizar la corriente de costes. El modelo de estos últimos autores tienen menos problemas de degeneración que el modelo original de Manne, si el tamaño del modelo es grande, y por ese motivo utilizamos la formulación de Ghellinck-Eppen, que desarrollaremos a continuación.

Tenemos un sistema con N estados iniciales posibles (1, 2, ..., N). En puntos discretos de tiempo ($t=0$, 1, ...) hay que elegir una alternativa q de un conjunto de alternativas posibles. En nuestro caso será llevar el saldo de caja al estado final j y, por tanto, el número de alternativas q será N, igual que el de estados posible. Las variables de decisión del modelo, las X_{iq}, son las probabilidades conjuntas de empezar el período en el estado i y tomar la decisión q, y, por tanto, habrán en total $i \times q$ variables. Tanto i como q varía entre 1 y N, así que el número de variables se puede expresar como $N \times N$.

Una vez elegida la alternativa q podemos obtener:

— el coste de transición del estado i al j, que depende de i y la alternativa q. La simbolizamos con C_{iq}. En este coeficiente están incluidos los tres componentes del coste; los costes de transacción, de oportunidad y de penalización. En total habrán $i \times q$ coeficientes;

— una distribución de probabilidades de transición de un estado a otro del proceso de Markov, simbolizada con $p_{ij}(q)$, que depende tanto de la alternativa q como de la función de probabilidad de los cambios netos de caja.

El modelo es:

$$(\text{Min})\ Z=\Sigma_i\Sigma_q C_{iq}X_{iq}$$

sujeto a:

$$\Sigma_q X_{jq}-\alpha\Sigma_i p_{ij}(q)X_{iq}=\beta_j \qquad \forall\, j$$

$X_{iq}\geq 0$
β_j un valor arbitrario que cumple
$\beta_j\geq 0$ y $\Sigma_j\beta_j=1$

La función objetivo indica la suma de los costes para todas las combinaciones de i y q y el objetivo es la minimización de éstos. El primer término de las restricciones señalan la probabilidad de empezar el período en el estado j (para todas las alternativas q). El segundo término indica la probabilidad de encontrarse en el estado j al final de un período, empezándolo en el estado i, tomando la decisión q. En el modelo de Manne estas dos expresiones son iguales, ya que en equilibrio coinciden estas probabilidades, pero en el modelo de Ghellinck-Eppen la expresión cambia a la que vemos arriba por la actualización de la corriente de costes. Las β_j son valores arbitrarios que se fijan según las condiciones descritas, pero sin incluir éstas como restricciones en el modelo. El número total de restricciones será i o, lo que es lo mismo, N.

La solución del modelo dará una única variable positiva X_{iq} para cada estado i, lo que permite después deducir las reglas de decisión D_{iq} buscadas como:

$$D^*_{iq}=\frac{X_{iq}}{\Sigma_i X_{iq}}$$

que en realidad son las probabilidades condicionadas $X_{q/i}$, de la decisión a tomar según el saldo inicial i. Como no hay más que una variable X_{iq} positiva para cada i, tampoco habrá más que una $X_{q/i}$ positiva y las D^*_{iq} tomarán valor 0 ó 1.

2. EL MODELO ESTACIONAL

En el modelo explicado se consideran estacionarias la función de probabilidad de los cambios netos de caja, las funciones de demanda, etc. Este hecho era el que permitía utilizar —en horizonte temporal infinito— las relaciones de equilibrio de un proceso de Markov. En la realidad ocurre pocas veces que las funciones sean estacionarias. Un caso corriente es el de una demanda variable de un mes a otro y como consecuencia serán variables también los cambios netos de caja. Cuando la demanda es estacional, ésta varía de un período a otro, pero luego se repite el mismo esquema otra vez, tendrá carácter cíclico. Esto permite considerar que hemos llegado a un estado de equilibrio para el ciclo completo, aunque dentro de un ciclo la demanda sea variable de un período a otro y podemos considerar las funciones estacionarias para cada uno de los períodos de que consta un ciclo. Explicaremos a continuación cómo se puede transformar el modelo de Ghellinck-Eppen para ser aplicable en este caso.

Dividimos el ciclo completo en h períodos, donde la función de probabilidad de los cambios netos de caja sea distinta, pero estacionaria, dentro de cada período. Podemos entonces formular un modelo para cada uno de los períodos y después unirlos en uno solo, es decir, formulamos un modelo como el ya explicado en el apartado anterior para cada período y después hay que efectuar la unificación. Para ello hace falta en primer lugar introducir otro subíndice, simbolizado con h, en las variables de decisión, los coeficientes y las probabilidades de transición, donde la h indica el período correspondiente ($h=1, 2, \ldots, n$).

Después seguiremos con las modificaciones en el modelo mismo. Nos detendremos ahora para fijarnos en la restricción:

$$\Sigma_q X_{jq} - \alpha \Sigma_i \Sigma_q \, p_{ij}(q) X_{iq} = \beta_j$$

El primer término indica la probabilidad de encontrarse en el estado j al final del período y el segundo la probabilidad de, empezando el período en el estado i, llegar al estado j al final del mismo. Como la probabilidad de encontrarse en el estado j al final del período es la probabilidad de empezar el siguiente período en este mismo estado, podemos ligar los modelos de un período a otro para que al final tengamos un solo modelo. Las restricciones quedarán:

$$\Sigma_q X_{hjq} - \alpha \Sigma_i \Sigma_q X_{(h-1)iq} p_{hij}(q) = \beta_{hj}$$

donde el subíndice h indica el período con $h=1, ..., n$. Como el ciclo vuelve a repetirse tenemos que cuando llegado al último período del ciclo, $h=n$, éste es el inicial del primer período del ciclo que viene y, por tanto, tenemos que h en este caso es igual a 0 también. El número de restricciones serán $h \times i$ y el número de variables $h \times i \times q$, es decir, hemos aumentado el número de restricciones y variables del modelo original con un múltiplo de h.

En el modelo original se definen las β_j como valores arbitrarios, los cuales deben cumplir la condición de que su suma debe ser la unidad. Como en el modelo modificado, cada período tiene en realidad su propio modelo, debemos definir para cada uno de los períodos sus β_j, de tal manera que se cumpla esta condición. Por tanto, definimos para cada período un β_{hj} que cumple:

$$\Sigma_j \beta_{hj} = 1 \qquad \forall h$$

Recordamos que esta ecuación no se incluye como restricción en el modelo, sino cuando fijamos arbitrariamente los valores de las β_{hj} nos aseguramos de que ésta se cumple.

En cuanto a la función objetivo habrá que sumar los costes para todos los períodos del ciclo y, por tanto, quedará:

$$(\text{Min})\ Z = \Sigma_h \Sigma_i \Sigma_q\, C_{hiq} X_{hiq}$$

En los modelos de demanda estacionaria una condición a cumplir era que la duración de los períodos tenía que ser la misma para todos. En el modelo de demanda variable estacional, no es necesario que los períodos de este ciclo sean todos iguales. Es perfectamente posible tener una función de cambios netos de caja, por ejemplo, durante un mes, otra demanda durante dos meses, otra durante cinco meses, etc., pero es necesario que el mismo esquema vuelva otra vez. Evidentemente, el valor de los parámetros siempre tiene que corresponder a la duración del período en consideración.

3. MODELO DE TRES ALTERNATIVAS FINANCIERAS

El modelo original de dos alternativas financieras se puede ampliar para incluir más alternativas. Explicaremos el caso de una alternativa adicional, ya que el procedimiento será análogo para la inclusión de más alternativas. Como alternativas financieras tomamos:

— dinero en efectivo;
— títulos a corto plazo con bajo interés, poco riesgo, costes de transacción bajos;
— títulos a largo plazo con mayor interés, mayor riesgo, costes de transacción más altos.

Como variable de estado mantenemos el saldo de caja inicial de un período. Las alternativas de decisión q eran las decisiones de cambiar el nivel del saldo de caja. Indican sólo la cantidad global de la variación, pero no la alternativa financiera elegida para tal fin. Por ese motivo definimos ahora un conjunto de alternativas de decisión q'_i para la alternativa títulos a corto plazo y otro conjunto q''_i para la alternativa títulos a largo plazo. En consecuencia, debemos definir dos conjuntos de variables de decisión, X'_{iq} y X''_{iq}, para la alternativa títulos a corto y largo plazo, respectivamente. Esto implica que para cada estado inicial i, al tomar una decisión q diferenciamos a través de qué alternativa financiera se efectúa la variación en el saldo de caja. De esta manera aumenta el número de variables al doble $(2 \times i \times q)$, pero se mantiene constante el número de restricciones (i), ya que el número de estados iniciales del saldo de caja no varía.

Las restricciones serán:

$$\Sigma_i (X'_{jq}+X''_{jq})-\alpha\Sigma_i\Sigma_q (X'_{iq}p_{ij}(q)+X''_{iq}p_{ij}(q))=\beta_j$$
$$X'_{iq}, X''_{iq} \geq 0 \qquad \Sigma_j\beta_j=1$$

No parece plausible que la función de probabilidad de los cambios netos de caja varía para una alternativa financiera a otra y, por tanto, mantenemos la misma para ambas. En caso de querer diferenciarlas sustituimos $p_{ij}(q)$ por $p_{ij}(q')$ y $p_{ij}(q'')$, respectivamente.

Como en la solución óptima no aparece más que una variable de decisión positiva para cada estado inicial i, éste indicará no sólo la cantidad a transferir, sino también la alternativa financiera a utilizar.

La función objetivo será:

$$(\text{Min})\ Z=\Sigma_i\Sigma_q (C'_{iq}X'_{iq}+C''_{iq}X''_{iq})$$

donde C'_{iq} y C''_{iq} son los costes asociados a los títulos a corto y largo plazo, respectivamente. Los coeficientes incluyen los tres componentes de los costes que vimos anteriormente, los de transacción, de oportunidad y de penalización. Los primeros dos serán distintos según la alternativa financiera elegida. Los costes de transacción son más altos para los títulos a largo que a corto plazo. No debemos tener en cuenta sólo los costes explícitos de efectuar las transacciones, como, por ejemplo, las comisiones pagadas a los fedatarios públicos, sino también se debe incluir los costes administrativos y similares en este componente.

Como tratamos cada alternativa independientemente, el coste de oportunidad coincide con los intereses perdidos en no invertir en la alternativa correspondiente. La rentabilidad de los títulos a largo plazo es más alta, pero también el riesgo, que se podía incluir en el coeficiente.

En cambio, los costes de penalización pueden ser iguales para ambas alternativas. Puede ser un coste implícito o subjetivo fijado por la empresa o un coste explícito que indica el coste unitario de conseguir fondos extraordinarios en caso de necesidad.

En este modelo los costes de transacción deben ser mayores para los títulos a largo plazo, ya que en caso contrario la diferencia entre ambas alternativas estriba sólo en los costes de oportunidad, que son mayores para los títulos a largo plazo y se elegirá ésta como alternativa al dinero en efectivo y el modelo se transforma en uno de dos alternativas financieras. Las relaciones que deben mantener los componentes de los costes para evitar la transformación de un modelo de tres a dos alternativas está explicado en el modelo de tres alternativas financieras de Eppen-Fama (15).

En este modelo podemos también incluir la estacionalidad de manera análoga de lo visto anteriormente y el modelo completo será:

$$(\text{Min})\ Z = \Sigma_h\ (\Sigma_i\Sigma_q C'_{hiq}X'_{hiq} + \Sigma_i\Sigma_q C''_{hiq}X''_{hiq})$$

sujeto a:

$$\begin{aligned} &\Sigma_q\ (X'_{hjq} + X''_{hjq}) - \alpha\ (\Sigma_i\Sigma_q X'_{(h-1)iq}p^1_{hij}(q) + \\ &+ \Sigma_i\Sigma_q X''_{(h-1)iq}p^1_{hij}(q)) = \beta_{hj} \qquad \forall\ h, j \\ &X'_{hiq}, X''_{hiq} \geq 0 \qquad \Sigma_j\beta_{hj} = 1 \qquad \forall\ h \end{aligned}$$

$p^1_{hij}(q)$ = función de probabilidad de llegar al estado j desde el estado i tomando la decisión q. Habrá tantas 1 como períodos en que hagamos dividido el ciclo completo.

(15) Ver nota 8.

Vemos que la formulación del modelo fácilmente se puede ampliar a tener en cuenta más alternativas financieras. Para ello basta incluir otro conjunto de alternativas de decisión q'''_i, q''''_i ... con los correspondientes variables y coeficientes en el modelo. Como no hay nunca más que una variable de decisión positiva para cada estado inicial i, la solución óptima indicará siempre la alternativa q a elegir y además la alternativa financiera a utilizar para tal fin. No obstante, hay que procurar que en caso de ampliación a más alternativas ninguna domina a otra, ya que en este caso el modelo se puede reducir.

4. CONCLUSIONES

El presente modelo demuestra cómo, de manera relativamente sencilla, se puede ampliar un modelo de saldo de caja a incluir varias alternativas financieras, sin que por ese motivo el método de resolución se complique de tal manera que se haga imposible solucionarlo. Aunque en una aplicación práctica el modelo tendrá muchas variables, hoy en día no es ningún impedimento para solucionar un modelo de programación lineal. La ventaja de poder incluir varias alternativas financieras y además la estacionalidad en los cambios netos de caja es que permite obtener un modelo más concorde con la realidad en las empresas. Sin embargo, la dificultad en muchos de los modelos más completos y más realistas está en su método de resolución, que no siempre es fácil de encontrar. En cambio, el modelo aquí explicado tiene la ventaja de que tanto sirve para la formulación teórica del modelo como para su resolución, y por ser un modelo de programación lineal fácilmente aplicable.