REVISTA ESPANOLA DE FINANCIACIÓN Y CONTABILIDAD
Vol. VII, n. 23 y 24
enero-marzo y abril-junio 1978
pp. 133-141

EMPRESTITOS TOTALMENTE INDIZADOS: ANALISIS Y DETERMINACION DEL TANTO EFECTIVO

POR

EUGENIO PRIETO PEREZ

Catedrático de la Universidad Autónoma de Madrid

I. INTRODUCCION

El hecho de que los capitales prestados a largo plazo, en forma de empréstito-obligaciones, estén sujetos a posibles depreciaciones y devaluaciones, ha motivado la introducción de tipos de empréstitos en que la cuantía de los cupones, de los valores de reembolso o ambos, no estén fijados de manera definitiva desde la emisión del empréstito, sino que dependen del valor de uno o varios índices en ciertos momentos previamente determinados, generalmente coincidentes con los momentos en que se llevan a cabo las amortizaciones parciales del empréstito.

Los fenómenos indicados de la depreciación y devaluación monetaria llegaron, en ocasiones, a arruinar casi completamente el mercado de valores de renta fija, para cuya reactivación fueron utilizados con éxito los empréstitos indizados, hasta conseguir devolver la confianza al ahorro. En consecuencia, este tipo de empréstitos ha contribuido en tales situaciones a la consecución de la estabilidad monetaria.

En período de inflación es natural que los prestamistas busquen la forma de conservar el valor adquisitivo actual de sus capitales, de aquí que la cláusula de indización de los empréstitos suponga, al menos parcialmente, una protección contra la pérdida de poder adquisitivo de su capital prestado a largo plazo.

Por otra parte, el ente emisor de un empréstito está en no pocas ocasiones dispuesto a ofrecer estas garantías con tal de conseguir la suscripción del empréstito que pretende emitir.

Obsérvese, sin embargo, que encauzado el mercado de valores y conseguida la estabilidad monetaria, algunas modalidades de indización pueden llegar a entorpecer la vuelta al equilibrio financiero.

La experiencia existente muestra que los empréstitos con cláusula de indización pueden ser emitidos con éxito, a un tanto efectivo en condiciones iniciales inferior al que se emiten los empréstitos sin indizar de análogas características, duración y garantías.

2. INDIZACIONES TOTALES Y PARCIALES

Todas las indizaciones practicadas no son equivalentes, pues hay empréstitos más o menos indizados. Distinguiremos aquí los empréstitos **totalmente indizados** de **los empréstitos parcialmente indizados.**

Los **empréstitos totalmente indizados se caracterizan porque a una varia-**

ción relativa del índice corresponde una variación relativa igual de cupones y valores de reembolso.

En los empréstitos parcialmente indizados a una variación relativa del índice corresponde una variación relativa inferior de cupones y valores de reembolso.

Sea I_0 el valor del índice en el momento de la emisión e I_t su valor en el momento t.

Para el valor I_0 del índice, el **valor de reembolso** es para este tipo de empréstitos igual a c, igual que la otra «c», y el valor del cupón, c·i.

Para un empréstito totalmente indizado, en general en el momento t, tendremos:

Cupón: $$ci \cdot \frac{I_t}{I_0} = ci \cdot \left(1 + \frac{I_t - I_0}{I_0}\right)$$

Valor de reembolso: $$c \frac{I_t}{I_0} = c \cdot \left(1 + \frac{I_t - I_0}{I_0}\right)$$

Si el empréstito es parcialmente indizado, las expresiones correspondientes son:

Cupón: $$c \cdot i \cdot \left(1 + a \frac{I_t - I_0}{I_0}\right) = ci\,(1 - a) + a \cdot ci \frac{I_t}{I_0}$$

Valor de reembolso: $$c \cdot \left(1 + b \frac{I_t - I_0}{I_0}\right) = c\,(1 - b) + b \cdot ci \frac{I_t}{I_0}$$

en donde $o \leq a \leq 1$ y $o \leq b \leq 1$.

Cuando $a = b = 1$, encontramos las fórmulas de los empréstitos totalmente indizados.

Si $a = b = 0$, resultan las fórmulas de los empréstitos clásicos no indizados.

3. UMBRALES DE INDIZACION

En ocasiones a los empréstitos indizados se le señalan lo que denominaremos umbrales de indización, esto es, las condiciones de emisión estipulan que los cupones y los valores de reembolso no podrán ser inferiores a unas ciertas cuantías fijadas desde la emisión para cada vencimiento. Entonces, cupones y valores de reembolso presentan un mínimo garantizado.

4. LAS COMPONENTES DEL INDICE I_t Y SU REPRESENTACION

Las variaciones del índice I_t, en la mayoría de las ocasiones, pueden justificarse por un sistema de tres causas, a saber:

— La **pérdida de poder adquisitivo de la unidad monetaria de un determinado sistema monetario,** que podría medirse por el nivel general de precios;

— la **variación de factores intrínsecos debidos a la naturaleza del índice,** tales como que los **precios deflactados** de un producto X, que constituye la base del índice, tengan tendencia al alza, baja o a la estabilidad. También, ocurre con la productividad de una cierta empresa o sector, si muestra aquellas tendencias, etc.;

— por último, atribuiremos al azar cualquier variación no justificada por las causas anteriores.

En lo que sigue, representaremos por:

$M(t)$, el **factor monetario**
$\gamma(t)$, el **factor intrínseco**
ε_t , el **azar**

Los diferentes modelos que puedan elaborarse para $\gamma(t)$, dependientes de la categoría del índice, proporcionarán en general aproximaciones suficientes, entre otras razones, debido —como señala Pierre Bonneau— a que el ente emisor para limitar sus riesgos tiende a elegir índices cuyo sentido y nivel de variación le son conocidos de antemano. Evidentemente, **la especificación del modelo para las variaciones de naturaleza intrínseca dependerá del tipo de indización.**

Supongamos que $\gamma(t)$ estuviera asociado a las variaciones del precio deflactado de un determinado bien económico. Casos sencillos son:

i) $\gamma(t)$, **permanece constante.** En esta hipótesis el factor intrínseco no influye en las variaciones de I_t;

ii) $\gamma(t)$, **no es constante.** Si sus variaciones fueran de tipo exponencial, esto es:

$$\gamma(t) = \gamma_o \cdot e^{\mu \cdot t}$$

en donde μ, tendría la interpretación de tanto instantáneo de variación del factor $\gamma(t)$. Significando:

$\mu > 0$, que el **factor intrínseco presenta tendencia creciente**

y

$\mu < 0$, que presenta **tendencia decreciente.**

Los estudios encaminados a la elaboración de modelos que recojan las variaciones del factor monetario han puesto de manifiesto que aquéllos (los modelos) son de naturaleza distinta en períodos de depreciación normal que en períodos anormales (guerras, postguerras, etc.). Entre los modelos aplicables en períodos de depreciación normal, quizás el más simple consiste en admitir que:

$$d\,M(t) = \lambda \cdot M(t) \cdot dt \qquad [1]$$

La solución de [1] correspondiente a la condición inicial $M_o = 1$ es:

$$M(t) = e^{\lambda \cdot t}$$

El parámetro λ tiene la interpretación de tanto instantáneo de depreciación monetaria.

Está claro que caben multitud de expresiones analíticas para recoger las distintas circunstancias y expectativas en este orden de fenómenos.

Nótese que el factor monetario es independiente de las características del empréstito.

Presentada así la cuestión, podemos admitir que la componente aleatoria es la de menos importancia de las tres consideradas. Supondremos que es

$$E(\varepsilon_t) = \alpha$$

siendo α próximo a cero, y casi siempre despreciable.

5. TANTO EFECTIVO EN LOS EMPRESTITOS TOTALMENTE INDIZADOS

Definición

Denominamos **tanto efectivo en condiciones iniciales** y lo representamos por i_1, al que satisface la igualdad:

$$V = \sum_{s=1}^{n} ci \cdot a_{\overline{s}|}\, i_1 \cdot \frac{M_s}{N_1} + \sum_{s=1}^{n} c \cdot (1 + i_1)^{-s} \frac{M_s}{N_1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow V = \sum_{s=1}^{n} ci \cdot (1 + i_1)^{-s} \cdot \frac{N_s}{N_1} + \sum_{s=1}^{n} ci \cdot (1 + i_1)^{-s} \cdot \frac{M_s}{N_1}$$

en donde V es el valor de emisión de un título; N_s es el número de obligaciones vivas al principio del año $s = 1, 2, \ldots, n$, y M_s el número de obligaciones amortizadas.

En la hipótesis de que el índice del empréstito viniera dado por

$$I_s = M(t) \cdot \gamma(t)$$

y admitiendo que

$$M(t) = e^{\lambda \cdot t}$$

$$\gamma(t) = \gamma$$

tendríamos:

$$I_t = \gamma \cdot e^{\lambda \cdot t}$$

La ecuación que define el tanto efectivo del inversor financiero, i_o, sería:

$$V = \sum_{s=1}^{n} ci \cdot (1 + i_o)^{-s} \frac{\gamma \cdot e^{\lambda \cdot t}}{\gamma} \cdot \frac{N_s}{N_1} + \sum_{s=1}^{n} c \frac{\gamma \cdot e^{\lambda \cdot t}}{\gamma} (1 + i_o)^{-s} \frac{M_s}{N_1}$$

Haciendo $(1 + i_o) = e^{-\rho_o}$, ρ_o = tanto efectivo instantáneo del inversor financiero, la ecuación anterior se transforma en:

$$V = \sum_{s=1}^{n} ci \cdot e^{-(\rho_o - \lambda)\cdot s} \frac{N_s}{N_1} + \sum_{s=1}^{n} c \cdot e^{-(\rho_o - \lambda)\cdot s} \cdot \frac{M_s}{N_1}$$

La última igualdad es formalmente igual a la que define el **tanto instantáneo efectivo** en condiciones iniciales del inversor financiero.

Haciendo $(1 + i_1) = e^{\rho_o}$, resulta:

$$\rho_1 = \rho_o - \lambda \Leftrightarrow \rho_o = \rho_1 + \lambda$$

Entonces, en las hipótesis de:

— Tanto instantáneo de depreciación constante (λ) y
— tanto instantáneo en condiciones iniciales del obligacionista (ρ_1);

la indización de un empréstito sobre el precio de un bien económico a precios deflactados constantes, da un tanto instantáneo del obligacionista $\rho_o = \rho_1 + \lambda$.

La importancia fundamental que entraña el conocimiento de esta magnitud para la comparación de empréstitos, es bien conocida y, desde luego, será nuestro principal punto de apoyo.

Observación

Nótese que la relación $\rho_o = \rho_1 + \lambda$, entre tantos instantáneos, no es válida para tantos anuales. En efecto:

$$e^{-(\lambda + \rho_1)\cdot z} = e^{-\lambda \cdot z} \cdot e^{-\rho_1 \cdot z} = (1 + \theta)^{-z} \cdot (1 + i_1)^{-z}$$
$$= [(1 + \theta)(1 + i_1)]^{-z} = [(1 + \theta + i_1 + \theta_1)^{-z} \neq (1 + \theta + i_1)^{-z}$$

en donde

$$1 + \theta = e^{\lambda}$$
$$1 + i_1 = e^{\rho_1}$$

Sin embargo, si tomásemos como válida la relación $i_o = \theta + i_1$, el error cometido $i_1 \cdot \theta$ es, en general, despreciable.

Cuando no fuera $\gamma(t)$ constante y admitiésemos para el **factor intrínseco** la expresión analítica:

$$\gamma(t) = \lambda \cdot e^{\mu \cdot t}$$

la conclusión anterior se conserva esencialmente, añadiendo al segundo miembro μ.

En los nuevos supuestos, será:

$$I_t = M(t) \cdot \gamma(t) = \gamma \cdot e^{(\mu + \lambda)\cdot t}$$

La ecuación que define el tanto efectivo del inversor financiero pasa a ser

$$V = \sum_{s=1}^{n} ci \cdot e^{-(\rho_o - \lambda - \mu) \cdot s} \frac{N_s}{N_1} + \sum_{s=1}^{n} c \cdot e^{-(\rho_o - \lambda - \mu) \cdot s} \frac{M_s}{N_1}$$

de donde deducimos:

$$\rho_1 = \rho_o - \lambda - \mu \Leftrightarrow \rho_o = \rho_1 + \lambda + \mu$$

6. METODOS DE COMPARACION DE EMPRESTITOS TOTALMENTE INDIZADOS

Supongamos que un inversor financiero tiene opción entre invertir en obligaciones de los empréstitos *E* y *E'*. Respecto a la cláusula de indización **es claro que el inversor considerará el incremento de rendimiento que ella significa.** La magnitud tanto instantáneo efectivo del obligacionista lo tiene en cuenta, de aquí que nos apoyemos en él, en igualdad o equivalencia del conjunto de las características restantes de *E* y *E'*.

Conviene, desde este punto de vista, distinguir al menos los casos siguientes:

— Si los empréstitos *E* y *E'* **estuviesen indizados sobre el valor de un bien con variaciones producidas solamente por el factor monetario,** con tantos instantáneos efectivos:

$$\rho_o = \rho_1 + \lambda \quad \text{y} \quad \rho'_o = \rho'_1 + \lambda$$

respectivamente, bastará comparar ρ_1 y ρ'_1 de modo que si fuera:

$$\begin{aligned} \rho_1 > \rho'_1 &\Rightarrow E > E' \\ \rho_1 < \rho'_1 &\Rightarrow E < E' \\ \rho_1 = \rho'_1 &\Rightarrow E \sim E' \end{aligned}$$

En el último supuesto, la elección tendría que basarse en consideraciones de otro orden.

Las relaciones $(1 + i_1) = e^{\rho_1}$ y $(1 + c'_1) = e^{\rho'_1}$, permiten la comparación utilizando los tantos anuales en condiciones iniciales.

Vemos, pues, que en este caso es innecesario el conocimiento de λ, que, por otra parte, no podría serlo con exactitud.

— Si los índices correspondientes a *E* y *E'* están influenciados por variaciones del factor monetario y del factor intrínseco, la comparación podría hacerse en los términos siguientes:

$$\begin{aligned} &\text{Si es} \quad \rho_1 + \mu > \rho'_1 + \mu' \quad \text{es} \quad E > E' \\ &\text{Si es} \quad \rho_1 + \mu < \rho'_1 + \mu' \quad \text{es} \quad E < E' \\ &\text{Si es} \quad \rho_1 + \mu = \rho'_1 + \mu' \quad \text{es} \quad E \sim E' \end{aligned}$$

— Otro caso significativo es aquel en que los índices correspondientes a

E y E' tienen un tipo de variación no constante diferente para cada empréstito. En este caso, un procedimiento de comparación puede consistir en el establecimiento de una relación entre ρ_o y λ para cada uno de los empréstitos. Sean éstas, respectivamente:

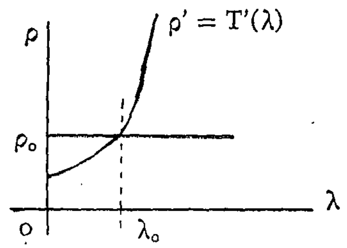
$$\rho_o = T(\lambda) \qquad \rho'_o = T'(\lambda)$$

Evidentemente, en ellas ρ_1 y ρ'_1 desempeñan el papel de parámetros. Entonces:

$$\begin{array}{llcl} \text{Si} & T(\lambda) > T'(\lambda) & ; & \forall \lambda \varepsilon I \Rightarrow E > E' \\ \text{Si} & T(\lambda) < T'(\lambda) & ; & \forall \lambda \varepsilon I \Rightarrow E < E' \\ \text{Si} & T(\lambda) = T'(\lambda) & ; & \forall \lambda \varepsilon I \Rightarrow E \sim E' \end{array}$$

Habría, en definitiva, que llevar a cabo un estudio de las curva $T(\lambda)$ y $T'(\lambda)$ para después interpretar los resultados en función de las expectativas de variación para λ.

El método de comparación que acabamos de describir es absolutamente general y, como no, puede ser utilizado en todos los casos, incluso para comparar un empréstito clásico E, con un empréstito indizado E'. En el último supuesto $\rho = T(\lambda)$, tendría como representación una recta paralela al eje λ. Gráficamente tendríamos:



$$\begin{array}{llll} \text{Para} & \lambda > \lambda_o & \text{es} & E' > E \\ \text{Para} & \lambda = \lambda_o & \text{es} & E' \sim E \\ \text{Para} & \lambda < \lambda_o & \text{es} & E' < E \end{array}$$

Según las expectativas que tenga el inversor financiero sobre λ, así decidirá la inversión en uno u otro empréstito. En este punto podría aleatorizarse el modelo, sin más que admitir una función de distribución para λ y operar con el tanto de depreciación medio u otro parámetro de posición cualquiera. De proceder así, la comparación entre dos empréstitos E y E' se haría como si se tratase de empréstitos no indizados.

BIBLIOGRAFIA

Pierre BONNEAU: «Etude d'une methode pour la comparaison des emprunts indexees», *Bulletin Trimetrieel de l'Institut des Actuaires Françaises,* 1961.

Eugenio PRIETO PÉREZ: «Un análisis de las variables que influyen en el precio bursátil», *Bolsa de Madrid, Servicio de Estudios,* 1976.

Claudio L. HADDAD: «El sistema bancario y la inflación. El caso de Brasil», *Boletín de Estudios Económicos,* abril 1975.