

DECISIONES EMPRESARIALES ANTE PROBLEMAS DE ESPERA

Por Camilo PRADO FREIRE

*Profesor de Economía de la Empresa
de la Universidad de Santiago de Compostela.*

SUMARIO:

1.—INTRODUCCION. 2.—EL PROBLEMA DE ESPERA COMO SISTEMA.
2.1.—Subsistema generador de Clientes. 2.2.—Subsistema de Clientes. 2.3.—Subsistema de Servicio. 3.—PLANTEAMIENTO DEL MODELO. 4.—APLICACION A UN CASO REAL. 5.—CONSIDERACIONES FINALES.

1. Introducción

Hoy en día la administración del tiempo sobrante u organización del ocio se ha convertido para multitud de personas en un grave o al menos preocupante problema. Una de las formas que nuestra sociedad ha ideado para solucionarlo es la «cola». Consciente o inconscientemente el «hacer cola» se ha convertido en uno de los empleos menos onerosos, aunque no siempre más agradable, del tiempo sobrante. En algunos países este tipo de «ocupación» ha sido, incluso, elevado a la categoría de deporte nacional.

Para la empresa, al contrario de lo que sucede con las personas individuales, no deben existir tiempos sobrantes, esto es, si la empresa es considerada una unidad productiva aquel tiempo en que no desarrolla su actividad es tiempo durante el cual no realiza su función y, por lo tanto, constituye un despilfarro no deseable. Es por ello que cuando la empresa se ve forzada a detener su actividad en espera de un determinado servicio o material se produce una situación no deseada ni deseable que la mayoría de las veces tienen un coste que es necesario reducir de forma tal que el coste asociado a esta reducción no sea superior al de la espera.

Sucede también, que cuando la espera no es de personas que encuentran en ella un medio sencillo de «matar el tiempo» sino que es de clientes cuya pretensión consiste en recibir un servicio lo más rápida y cómodamente posible, la empresa que provoca la cola se arriesga a perder a los clientes menos pacientes, lo cual implica un coste de oportunidad.

Este artículo va a tratar, precisamente, de la forma de analizar este problema para actuar con vistas a reducir la inactividad o sus costes hasta aquel punto en que el esfuerzo compense la contrapartida porque estamos de acuerdo con Horowitz cuando dice que «desde el punto de vista de la empresa, el problema estriba en equilibrar

los costes de servicio con un mínimo de incomodidad con los costes originados por las molestias que para el cliente supone la espera ante el servicio» (1).

2. El problema de espera como sistema

De forma general vamos a considerar incluidas dentro del campo de análisis de este enunciado todas aquellas situaciones en que un ente, en disposición de realizar o recibir prestación y deseando hacerlo, se ve por alguna razón en la necesidad de esperar para llevarlo a cabo.

En este contexto vamos a denominar «cliente» a este ente que permanece en espera. Por tanto, el concepto de cliente que vamos a considerar aquí difiere del que tradicionalmente se le otorga como persona que demanda un bien o servicio. Aquí se incluye bajo esta denominación tanto a demandantes como oferentes, siempre que cualquiera de ellos esté en situación de espera.

Todos los elementos que configuran este tipo de problema pueden ser considerados como componentes de un sistema que denominaremos de espera. Este sistema está formado por determinadas partes o subsistemas claramente diferenciados: *subsistema generador de clientes*, llamado también fuente de entradas en el sistema: *subsistema de clientes* o conjunto de entes que permanecen en espera y *subsistema de servicio* o ente que proporciona aquello por lo que los clientes esperan.

2.1. Subsistema generador de clientes

Lo constituyen el conjunto de posibles clientes. Así para un vendedor de automóviles la fuente de posibles compradores que

(1) I. HOROWITZ, *Introducción al análisis cuantitativo de los negocios*, Ediciones del Castillo, Madrid, 1968, pág. 202.

puedan acudir en demanda de un automóvil la constituyen las personas que tengan rentas superiores a un determinado nivel. Para un vendedor de pañuelos la fuente es el total de la población del área comercial en donde vende su producción.

Las características que definen este subsistema son:

En primer lugar el número de elementos que lo forman. Esta magnitud condiciona el planteamiento del problema según que se puedan contar o no. En el primer caso la fuente se considera finita y en el segundo caso infinita.

En segundo lugar es importante considerar la actuación de los elementos que componen el subsistema. Su comportamiento tiene dos vertientes, la frecuencia de llegada en demanda de servicio, que puede ser a intervalos constantes —en el caso de que se pueda controlar esta característica— o distribuirse aleatoriamente y la actitud de los clientes que llegan al sistema, que puede ser la espera hasta obtener servicio o la de abandonarlo si no consigue atención inmediata o la intermedia de esperar un cierto tiempo y abandonar si en este período no es atendido.

2.2. Subsistema de clientes

De forma similar a lo que sucede en el subsistema anterior, la característica fundamental a tener en cuenta en este apartado es la del tamaño del subsistema. Si consideramos cliente, como hemos apuntado anteriormente, todo aquel que permanece en espera y no los que ya están obteniendo o prestando servicio, la dimensión vendrá dada por la suma de todos los que se encuentren en la antedicha situación. Esta característica nos lleva a establecer dos tipos claramente diferenciados: finito e infinito. Es este último caso la cantidad de posibles clientes no está limitada, mientras que en el primero, bien las dimensiones del

local que ha de contener la cola, bien la actitud de los clientes que se niegan a permanecer en espera a partir de una determinada dimensión o cualquier otra circunstancia, hace que exista un tamaño óptimo.

2.3. Subsistema de Servicio

Lo constituyen los entes que proporcionan aquello por lo que los clientes esperan y puede estar formado por uno o por varios puestos de servicio. Cuando se da esta última circunstancia hay que distinguir entre si el servicio que presta cada puesto es el mismo y lo realizan simultáneamente —en cuyo caso el subsistema se denomina con varias estaciones de servicio— o si aunque existan varios puntos el servicio lo realizan en forma secuencial —en cuyo caso y para nuestro estudio, no existe distinción entre esta situación y aquella en que solo existe una unidad de servicio—.

La otra característica importante de este subsistema es la del tiempo que invierte en proporcionar el servicio y que condicionará su capacidad.

3. Planteamiento del modelo

En principio analizaremos las características más importantes que definen los distintos subsistemas enunciados anteriormente para tratar de actuar sobre ellos con vistas a reducir los efectos negativos de la espera hasta donde los costes lo permitan. En este sentido prestaremos especial atención al tiempo en que los clientes permanecen en espera de ser atendidos, a cuyo fin nos basaremos en el cálculo del período de espera.

En el proyecto formador de un sistema de espera interviene en gran medida la frecuencia de llegada de clientes al sistema. A los efectos de nuestro modelo

emplearemos la tasa media de llegadas por unidad de tiempo $L(t)$ como medida de esta circunstancia.

Evidentemente para que exista espera, la tasa media de llegadas ha de ser diferente a la tasa media de unidades servidas, al menos durante determinados períodos de tiempo.

La tasa de llegadas para cada problema concreto se calculará teniendo en cuenta el número total de entes que acudirían a solicitar el servicio si fueran atendidos sin demora. Es indudable que la afluencia só demandantes varía a lo largo del tiempo y en este sentido la consideramos como una función del tiempo.

Otro de los factores más importantes es la capacidad de servicio del sistema, que no es otra cosa que el número máximo de unidades a las que el subsistema de servicio puede atender simultáneamente. En nuestros cálculos emplearemos como medida de esta magnitud la tasa media de unidades que pueden ser servidas por unidad de tiempo y que llamaremos «c».

El problema de cola o espera, tal como lo hemos definido, se producirá cuando la tasa de llegadas $L(t)$ sea diferente a la tasa de servicio c .

El tamaño de la cola vendrá dado por la diferencia entre la capacidad máxima de servicio c y la tasa media de llegadas. Mientras $L(t) < c$ es el subsistema de servicio el que está en espera y se producirá, por tanto, un coste de inactividad. Cuando $L(t) > c$ la cola la formarán los demandantes de servicio.

En el primer caso, $L(t) < c$ es el excedente de capacidad de servicio vendrá dada por

$$\int_0^{t_i} [c - L(t)] dt$$

siendo 0 el momento inicial en que se comienza la observación y t_i el momento en que se pasa de $L(t) < c$ a $L(t) > c$.

La inactividad del servicio terminará en el mismo momento en que acudan al sistema tantos demandantes como capacidad de servicio tenga.

Durante los períodos en que $L(t) > c$ el número de clientes en espera resultará igual a:

$$\int_{t_i}^{t_j} [L(t) - c] dt$$

siendo t_j el momento en que se pasa de $L(t) > c$ a $L(t) < c$.

En este último caso la espera no terminará hasta que el subsistema de servicio sea capaz de absorber el exceso de demanda o en otras palabras «un cliente adicional coloca a los que siguen en un lugar posterior a él en la cola y la espera persiste hasta que la cola es absorbida» (2). Esto es, hasta aquel momento t_k en que:

$$\int_{t_i}^{t_j} [L(t) - c] dt = \int_{t_j}^{t_k} [c - L(t)] dt$$

El período de espera $E(t)$ será en cada momento, el cociente entre el exceso de clientes sobre la capacidad de servicio del subsistema y dicha capacidad:

$$E(t) = \frac{\int_{t_i}^t [L(t) - c] dt}{c}$$

Entonces, la espera total será igual a la suma del número de clientes en el período de espera por el tiempo de espera de cada uno de ellos:

$$ET = \int_{t_i}^t [L(t) E(t)] dt$$

(2) Alan CARLIN, y R.E. PARK, *Marginal Cost Pricing of Airport Runway Capacity*. American Economic Review, jun 1970, pág. 310.

Con estos datos estamos en condiciones de calcular la magnitud más importante para la empresa que es la de los costes asociados a ambos tipos de espera y que vendrán dados por la relación:

$$C_T = C_I \int_0^{t_i} [c - L(t)] dt + C_E \int_{t_i}^{t_k} [L(t) E(t)] dt$$

donde, C_T es el coste total de las esperas.

C_I es el coste de inactividad de la unidad de servicio por unidad de tiempo.

C_E es el coste asociado al exceso de demanda por unidad de tiempo en espera.

Como puede deducirse, la empresa para intentar hacer mínimo C_T puede influir sobre la tasa de llegadas de distintas formas. Así por ejemplo, una compañía telefónica puede estimular las llamadas en determinadas horas mediante una rebaja en las tarifas o una compañía aérea puede actuar sobre los precios de pasaje (3) para descongestionar los aeropuertos durante determinadas horas, bien desviando la demanda hacia horas de menos tráfico o hacia aeropuertos próximos menos congestionados (4); siempre, claro está, que las ventajas obtenidas sean mayores que el perjuicio ocasionado por la adaptación a las nuevas circunstancias, como hace ver Felman (5) al relacionar los tiempos de llegada a la ciudad desde un aeropuerto cercano con el tiempo de llegada, después de la espera debida a la congestión, usando

el aeropuerto de la misma ciudad; pero la variable de decisión en este problema, actuando sobre la cual la empresa puede asegurarse un resultado cierto, es la capacidad del subsistema de servicio.

4. Aplicación a un caso real (*)

Entre los clásicos ejemplos de colas que habitualmente se utilizan para ilustrar estos problemas (centralitas telefónicas, llegadas de barcos a un muelle, estaciones expendedoras de gasolina, etc.) hemos seleccionado el del servicio aéreo en un aeropuerto porque el modelo que hemos desarrollado se adapta a las situaciones que allí se dan, ya que «aunque están congestionados a determinadas horas, no lo están todo el tiempo» (6).

Vamos a considerar a tal efecto los datos reales tomados de un aeropuerto actualmente en funcionamiento, a los efectos de explicar el método de aplicación del modelo anteriormente expuesto.

En este caso concreto se han tomado los tiempos de llegadas y salidas de todos los vuelos que han utilizado los servicios del aeropuerto. Se incluyen, por lo tanto, vuelos regulares, especiales, de carga, militares y aviones privados, ya que como dice Grampp (7) «los aviones comerciales no son los únicos que usan los aeropuertos y no son la única causa de la congestión. Aviones en general —aviones privados,

(3) Joseph V. YANCE, *Airline demand for use an airport and airport rents*. Transportation Research. Dec. 1971, pág. 267-281.

(4) Esto es, precisamente, el objetivo que se ha propuesto la Federal Aviation Agency para resolver el problema del aeropuerto de Washington D.C. (Estudiado por Paul FELMAN, *On the Optimal use of Airports in Washington, D.C.*; Socio-Econ. Plan. Sci. Vol. 1. 1967, págs. 43-49.

(5) Paul FELMAN, *On the Optimal...*, ob. cit. pág. 44.

(*) En casos como el que presentamos donde los datos aparecen agrupados por intervalos de tiempo, se simplifican enormemente los cálculos, no perdiendo por ello rigor, al no considerar la función continua.

(6) William D. GRAMPP. *An economic remedy for airport congestion*, Business Horizons, Vol. 11, octubre 1968, pág. 22.

(7) William D. GRAMPP, *An economic remedy for...*, Ob. cit., pág. 23.

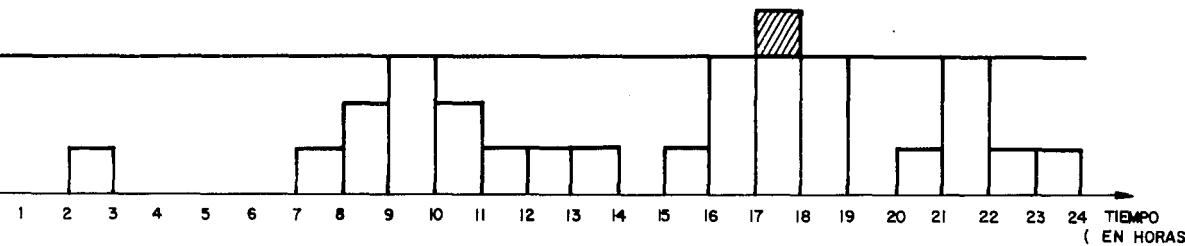
aviones de empresa y otras organizaciones y compañías de taxi aéreo— completan el problema».

Consideremos como unidad de medida el avión. La cola estará formada por tantos aviones como materialmente se encuentren

sobre el espacio aéreo del aeropuerto así como por la capacidad del mismo no aprovechada, medida en número de aviones.

Con los valores medios de los datos recogidos, podemos establecer el siguiente gráfico de llegadas:

ICIO POR
AD DE TIEMPO



Admitiremos que las condiciones favorables y desfavorables que influyen en la duración de la prestación del servicio, se distribuyen normalmente a lo largo del tiempo, y por tanto, tomaremos la tasa de servicio como las medias de las tasas bajo condiciones favorables y desfavorables. De ello resulta que el número máximo de aparatos que el aeropuerto puede atender durante una hora es igual a tres. Y ello sin tener en cuenta la capacidad de los edificios de las terminales de los pasajeros y otros datos necesarios para un análisis más preciso (8).

Hasta las nueve horas no acuden al sistema tantos aparatos como capacidad tiene el mismo y, por tanto, se producen esperas del subsistema de servicio igual a veintitres. A partir de las diez horas y hasta las dieciseis vuelve a producirse la misma situación resultando una espera de

doce. A las diecisiete horas se produce un exceso de llegadas igual a uno, que no podrá ser absorbida hasta las diecinueve. Por lo tanto se producirá un exceso de clientes igual a uno durante dos horas. Este exceso será absorbido a las diecinueve horas en que se producirá un exceso de capacidad del subsistema de servicio, exceso que hasta las veintiuna horas será igual a cuatro. A las veintiuna coincidirá, nuevamente, el número de clientes con la capacidad y, por último, entre las veintidos y las veinticuatro habrá un exceso o espera del subsistema de servicio igual a cuatro. De todo ello resulta que la inactividad total I será igual a cuarenta y tres aviones/hora, mientras que la espera E será igual a dos aviones/hora.

El coste total de espera del sistema será igual a:

$$C_T = C_I \times I + C_E \times E$$

$$C_T = 6.974 \times 43 + 170.000 \times 2 = 639.882 \text{ Ptas/día}$$

siendo

C_I	6.974 ptas/hora
— Personal	3.424 pts/hora
Gtos. Gles. (conservación, mantenimiento y otros)	2.500 pts/hora
— Amortizaciones:	
● Edif. y maq.	620 pts/hora
● Vehículos	300 pts/hora
● Mobiliario	130 ptas/hora
C_E	170.000 ptas/hora

Esta cifra está estimada en base a considerar un consumo de carburante (por término medio) de 2.000 pts/minuto más 50.000 pts/hora de gastos fijos y variables (desgaste de material, aceites, amort., etc.)

Estos valores son promedios, puesto que en caso contrario para reducir el coste tendríamos que servir primero aquellos

aparatos con un mayor coste de espera y un menor tiempo de servicio (9).

Es necesario hacer constar que un análisis más completo requeriría la consideración de los costes y beneficios (10) que no se corresponden con gastos e ingresos reales, pero que es necesario tener en cuenta a la hora de realizar un análisis de este tipo (11) a pesar de las limitaciones de las técnicas coste-beneficio que Mishan (12) pone de manifiesto.

(9) P.J. FORSYTH, *The timing of investments in airport capacity*, Journal of Transport economics and policy. Jan 1972, pág. 61.

(10) J.G. ODY, *Application of Cost-Benefit analysis to airport*. Journal of transport economics and policy. Sep. 1969.

(11) Donald F. WOOD, *Determining General Aviation Airport System Benefits*, Journal of Transport economic and Policy. Sep. 1971, págs. 295-313.

(12) E.I. MISHAN, *What is wrong, with Roskill?*, Journal of Transport economics and Policy. Sep. 1970, págs. 221-223.

(8) I.M. D. LITTLE y R.M. McLEOD, *The new pricing policy of the British Airports Authority*, Journal of Transport Economics and Policy. May 1972, págs. 101-115.

«Como en la mayoría de los problemas en que la demanda excede a la capacidad, los beneficios de proporcionar capacidad extra dependen de las hipótesis que se hagan sobre lo que sucedería si esta no se proporcionara» (13). Consideremos a modo de ejemplo, que los costes de inactividad debían ser reducidos en la medida en que un exceso de capacidad actual repercute en un beneficio futuro, al tener el aeropuerto preparado para los probables aumentos de tráfico» (14).

5. Consideraciones finales

En la empresa muchos son los problemas que presentan la estructura descrita anteriormente. En base a ello se ha desarrollado una teoría matemática que tuvo su origen en los trabajos de A.K. Erlang en 1909 (15). Sin embargo, la mayor parte de esta teoría matemática de las colas está apoyada en la hipótesis de atemporalidad o independencia del tiempo, esto es, «que la probabilidad de que n unidades estén en espera en cualquier instante, permanece igual en el transcurso del tiempo» (16).

Esta hipótesis de partida hace que su aplicación práctica se limite sólo a aquellos casos en que se da esta circunstancia. Es por ello que nos ha parecido interesante estudiar aquellos otros casos en que la llegada de unidades en demanda de servicio no se produce de forma aleatoria sino que su evolución está determinada a lo largo del tiempo. «Las aglomeraciones en forma de llegadas o esperas en cola pueden

tener lugar antes de los períodos más interesantes, no después» (17).

Partiendo de este supuesto, la introducción del concepto de sistema ofrece una nueva dimensión, generalmente olvidada, que es la cola del propio subsistema de servicio en espera de prestarlo. Así, por ejemplo, en el taller de mantenimiento de una empresa se produce una espera hasta que las máquinas empiezan a estropearse. Cuando todos los mecánicos están ocupados y se estropea otra máquina, se inicia la espera de los equipos pendientes de ser atendidos. En nuestro ejemplo, hemos considerado al aeropuerto como un sistema, a los efectos meramente ilustrativos de nuestro modelo, puesto que, dentro de la concepción que hemos defendido, estudiar este problema concreto requiere considerar como hacen Wood (18) y Neuville (19) la red general de aeropuertos como el sistema objeto de estudio, prestando especial atención a las interrelaciones entre ellos.

El modelo planteado permite, además, incorporar todas aquellas variantes que se pueden dar sobre la estructura básica descrita. Así, por ejemplo, la eventualidad de que la cola actúe como estímulo de la demanda implicaría la consideración de C_E como rendimiento en lugar de como una carga.

Evidentemente en el modelo se han introducido algunas simplificaciones como la suposición de continuidad de la función de llegadas, que no le restan utilidad como hemos demostrado en nuestra aplicación a un caso real.

(13) P.J. FORSYTH, *The timing of investments...*, ob. cit. pág. 60.

(14) I.M.D. LITTLE y K.M. McLEOD, *The new pricing policy...*, ob. cit. pág. 104.

(15) R.J. THIERAUF y R.A. GROSSE, *Toma de decisiones por medio investigación de operaciones*. Limusa-Wiley, México, 1972, pág. 425.

(16) SASIENI, YASPAN y FRIEDMAN, *Investigación de Operaciones*. Limusa-Wiley, México, 1967, pág. 141.

(17) P.J. FORSYTH, *The timing of investments...*, Ob. cit., pág. 58.

(18) Donald F. WOOD, *Determining General Aviation Airport System Benefits*. Journal of Transport economics and Policy, Sep. 1971, págs. 295-313.

(19) Richard De NEUFVILLE, *Airport Systems Planning*, The Macmillan Press, 1976, pág. 9.