REVISTA ESPANOLA DE FINANCIACIÓN Y CONTABILIDAD
Vol. VI, n. 19
enero-marzo 1977
pp. 87-108

LA ASIGNACION DE RESULTADOS EN LAS INTERRELACIONES PATRIMONIALES DE EMPRESAS

Por

Manuel VELA PASTOR
Catedrático de
«Teoría de la Contabilidad»
de la Universidad de Valencia

Vicente MONTESINOS JULVE
Profesor Agregado de
«Teoría de la Contabilidad»
de la Universidad de Valencia

SUMARIO:

1. *Los tantos efectivos de influencia.*— Un problema que de alguna manera es necesario resolver a la hora de elaborar los informes contables consolidados, es el de los tantos efectivos de influencia.

El concepto de tanto efectivo se contrapone normalmente al de tanto nominal. Este último puede definirse como la proporción del capital nominal de una empresa en poder del grupo de socios cuya influencia trata de establecerse, con indedencia del tipo de estructura relacional en la que se encuentre situada la empresa en cuestión; por el contrario, al hablar de tantos efectivos, lo que intentamos obtener es un indicador cuantitativo de la influencia que el grupo de socios aludido ejerza sobre una determinada empresa, habida cuenta de la interrelación patrimonial completa dentro de la cual se insertan la empresa y el grupo de socios estudiados.

Por otra parte, hablamos aquí de *tantos de influencia* y no de *tantos de dominio o de control*, porque nuestro interés no se limita a establecer la participación efectiva del grupo mayoritario o dominante de socios, sino que también queremos llegar a la determinación de los tantos de influencia (no necesariamente, pues, de control o dominio) correspondientes a los socios minoritarios de la concentración patrimonial de empresas.

La utilización de los tantos efectivos de influencia tiene, para nosotros, *dos campos principales de aplicación:*

1.º La investigación en torno a la existencia o no de una estructura de dominio (una mayoría con control efectivo) dentro de una interrelación patrimonial de empresas, esto es, la existencia en su caso de un grupo de empresas, según un criterio que podríamos calificar como «patrimonial».

Así, los socios de una empresa i ejercen un control o dominio sobre otra empresa j ($i \neq j$), si el tanto de influencia efectiva $e_{ij} \geq e$, siendo e el tanto que se considera suficiente para poder controlar o dirigir las decisiones importantes de una entidad (1).

2.º La determinación del neto patrimonial atribuible a cada grupo o categoría de socios y, más frecuentemente, de un componente dinámico de aquél: los resultados de un determinado ejercicio económico. Sobre esta última cuestión insistiremos más adelante en este mismo trabajo.

En el presente apartado nos ocuparemos de presentar una *metodología general* aplicable al cálculo de los tantos efectivos de influencia, *sea cual sea la estructura de interrelaciones patrimoniales que se contemple* (2).

Antes de seguir adelante con el tema, conviene resaltar la existencia de *dos tipos de socios* en las empresas componentes de una interrelación patrimonial:

a) *Socios de carácter externo*, que participan en las empresas con carácter individual y cuyas participaciones en los netos, adicionadas, constituyen el neto del grupo de empresas, cuando tal grupo existe en la interrelación de empresas.

b) *Socios de carácter interno*, constituidos por las empresas que, como tales entidades, participan en el capital de otras empresas de la interrelación. Las participaciones en los netos atribuibles a este tipo de socios deben ser eliminadas de la magnitud neto del grupo, puesto que ya han sido computadas por otro concepto, dentro de la categoría a), y, de no proceder a su eliminación, incurriríamos en duplicidad de cómputo que invalidarían la significación de las cifras calculadas.

Así, pues, nuestro objetivo es aquí *establecer cuantitativamente los tantos efectivos de influencia correspondientes a los socios externos de una interrelación patrimonial*, como base para los cálculos e investigaciones anteriormente reseñados. Utilizaremos para ello una notación matricial que nos facilitará posteriormente la realización de operaciones calculísticas y la presentación clara y precisa del proceso y las conclusiones.

(1) Un desarrollo más completo (del análisis) del tema podrá encontrarse en nuestro trabajo «Análisis del Patrimonio neto en las Agrupaciones Empresariales», de próxima aparición.

(2) En la línea de la metodología aplicada aquí, hemos de resaltar la ayuda que para nosotros ha supuesto el estudio del trabajo de R. L. Weil «Reciprocal or Mutual Holdings: Allocating Earnings and Selecting the Accoubting Method». The Accounting Review, octubre 1973, págs. 749-758.

Partiremos de los tantos nominales de participación poseídos por unas empresas sobre las demás componentes de la interrelación patrimonial, representados en la table de doble entrada de la figura 1.

A partir de los datos presentados en la tabla de la figura 1 podemos establecer la matriz D con la siguiente estructura:

T. n. poseídos por las empresas ↓ \ T. n. poseídos sobre las empresas	1	2	.....	n
1	d_{12}	d_{12}	.....	d_{1n}
2	d_{22}	d_{23}	.....	d_{2n}
,	.....			
,	.....			
n	d_{n1}	d_{n2}	.....	d_{nn}

Figura 1.

$$\underset{(n \times n)}{D} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \cdots\cdots & d_{1n} \\ d_{21} & d_{22} & \cdots\cdots & d_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ d_{n1} & d_{nz} & \cdots\cdots & d_{nn} \end{bmatrix}$$

Y a partir de su transpuesta D^T, junto con el vector columna unitario u:

$$\underset{(n \times n)\,(n \times 1)}{D.^Tu} = \underset{n \times 1}{\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} d_{i1} \\ \sum_{i=1}^{n} d_{iz} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \sum_{i=i}^{n} d_{in} \end{bmatrix}}$$

Que nos será más útil transformado en la matriz diagonalizada:

$$\underset{\mathcal{D}}{\left[D.^Tu\right]} = \underset{(n \times n)}{\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} d_i1 & O & \cdots\cdots & O \\ O & \sum_{i=1}^{n} d_{iz} & \cdots\cdots & O \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ O & O & \cdots\cdots & \sum_{i=1}^{n} d_{in} \end{bmatrix}}$$

Cuya diagonal principal recoge la proporción del capital de cada empresa poseída por otras entidades de la interrelación patrimonial.

Los tantos nominales detentados por los socios externos en cada empresa nos ven-

drán dados, pues, por la matriz Q, establecida en la forma siguiente:

$$Q = I - \underset{\mathcal{D}}{[D^T u]} = \begin{bmatrix} 1 - \sum_{I=1}^{n} d_{i1} & O & \cdots & O \\ O & 1 - \sum_{i=1}^{n} d_{i2} & \cdots & O \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ O & O & \cdots & 1 - \sum_{i\ 1}^{n} d_{in} \end{bmatrix}$$

Cuyos componentes serán representados en lo sucesivo por:

$$Q = \begin{bmatrix} q_{11} & O & \cdots & O \\ & q_{22} & \cdots & O \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ O & O & \cdots & q_{nn} \end{bmatrix}$$

Nuestro objetivo, sin embargo, no es la determinación de los nominales de influencia de los socios externos, sino los efectivos de los citados socios. En la figura 2 aparecen representados dichos tantos en una tabla de doble entrada.

En base a los datos presentados en la figura 2, tenemos la matriz E de tantos de influencia efectivos, tal como aparece a continuación:

$$\underset{(n \times n)}{E} = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & \cdots & e_{1n} \\ e_{21} & e_{22} & \cdots & e_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ e_{n1} & e_{n2} & \cdots & e_{nn} \end{bmatrix}$$

Como el control patrimonial de las empresas consideradas se distribuye entre la n categorías de socios externos que se presentan, la matriz E debe de cumplir la condición:

$$\underset{(n \times n)\,(n \times 1)}{E^T u} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ , \\ , \\ , \\ , \\ , \\ 1 \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

Siendo E^T la transpuesta de E y u el vector columna unitario.

T. e. poseidos sobre las empresas → / T. e. poseidos por los socios externos de las empresas ↓	1	2	...	n
1	e_{11}	e_{12}	...	e_{1n}
2	e_{21}	e_{22}	...	e_{2n}
,	...	...	...	...
,	...	...	...	...
n	e_{ni}	e_{n2}	...	e_{nn}
Suma por columnas	1	1	...	1

Figura 2.

Para llegar a la determinación cuantitativa de los tantos e_{ij} hay que tener en cuenta la existencia de *tres tipos de vías o caminos para el establecimiento de una influencia efectiva de i sobre j* (3).

a) Una influencia primaria o directa, representada por los elementos de la matriz Q.

b) Una influencia secundaria o indirecta, lograda a través de empresas intermedias y

c) Una influencia inducida, derivada de la existencia de relaciones recíprocas u circulares.

Así, pues, será necesario proceder a sumar los tres tipos de influencia para obtener la influencia efectiva real; esto es:

$$\underset{(n\times n)}{E} = \underset{(n\times n)}{Q} + \underset{(n\times n)}{E} \cdot \underset{(n\times n)}{D}$$

Donde Q recoge la influencia primaria (a) y E.D las influencias secundarias (b) e inducidas (c).

La obtención de los tantos efectivos resulta ya inmediata a partir de la expresión anterior, por medio de una operatoria sencilla:

$$E - E.D = Q$$
$$E\,[I - D] = Q$$

$$\boxed{E = Q\,[I - D]^{-1}}$$

Expresión general que nos permitirá el cálculo de los tantos efectivos de influencia, cualquiera que sea la estructura de la interrelación patrimonial de las empresas estudiadas.

2. *Aplicación de la formulación general a algunos casos concretos.*—Veamos a continuación algunos ejemplos de aplicación del método expuesto en el apartado 1, que nos permiten comprobar la validez general de tal planteamiento. Comenzaremos por algunos casos de interrelación planteados frecuentemente a este respecto, para concluir con un ejemplo numérico correspondiente a una estructura de relaciones patrimoniales un poco más compleja.

2.1. *Dominio indirecto.*

Supongamos un caso sencillo de dominio indirecto, en una sola línea, tal como aparece en la figura 3.

$$\boxed{1} \xrightarrow{r} \boxed{2} \xrightarrow{p} \boxed{3}$$

Figura 3.

Para la aplicación de la expresión general $E = Q\,[I - D]^{-1}$ partimos de las matrices:

$$D = \begin{bmatrix} o & r & o \\ o & o & p \\ o & o & o \end{bmatrix} \qquad Q = \begin{bmatrix} 1 & o & o \\ o & 1\text{-}r & o \\ o & o & 1\text{-}p \end{bmatrix}$$

$$I - D = \begin{bmatrix} 1 & -r & o \\ o & 1 & -p \\ o & o & 1 \end{bmatrix} \quad [I - D]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & r & r.p \\ o & 1 & p \\ o & o & 1 \end{bmatrix}$$

Con lo cual:

$$E = \begin{bmatrix} 1 & o & o \\ o & 1\text{-}r & o \\ o & o & 1\text{-}p \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & r & r.p \\ o & 1 & p \\ o & o & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & r & rp \\ o & 1\text{-}r & (1\text{-}r)p \\ o & o & 1\text{-}p \end{bmatrix}$$

Cumpliéndose la condición:

$$E^T u = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

(3) Véase A. CALAFELL CASTELLO: *Las ... versiones financieras y el control de empresas.* Revista Española de Financiación y Contabilidad. Octubre-diciembre 1974, págs. 52-53.

La interpretación de los elementos de la matriz E, es la siguiente:

Empresa 1:

Los socios externos de la empresa 1 están constituidos por la totalidad de ellos, ya que ninguna otra empresa de la interrelación tiene participaciones en ella ($e_{11}=1$).

La influencia efectiva de dichos socios sobre la empresa 2 viene cuantificada por el tanto efectivo r ($e_{12}=r$).

Del mismo modo, r.p es el tanto efectivo de influencia de los socios externos de 1 sobre 3 ($e_{13}=r.p$).

Empresa 2:

Los socios externos de esta empresa tienen una influencia efectiva dentro de ella representada por el tanto $1-r$ ($e_{22}=1-r$). El tanto r del neto de 2 está en poder de los socios externos de 1.

No existe influencia alguna de los socios externos de 2 sobre la empresa 1 ($e_{21}=o$).

La influencia de este grupo de socios sobre la empresa 3 viene cuantificada por el tanto $(1-r)\,p$ [$e_{23}=(1-r)p$].

Empresa 3:

La influencia efectiva de los socios externos de 3 sobre su propia empresa es $1-p$ ($e_{33}=1-p$).

Sobre las empresas 1 y 2 no ejercen influencia patrimonial alguna ($e_{31}=e_{32}=0$).

2.2. *Dominio triangular.*

El representante en la figura 4 es un caso sencillo de dominio triangular que tomamos aquí de referencia.

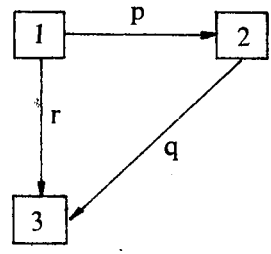

Figura 4.

Las matrices que aquí nos interesan, son:

$$D = \begin{bmatrix} o & p & r \\ o & o & q \\ o & o & o \end{bmatrix} \qquad Q = \begin{bmatrix} 1 & o & o \\ o & 1\text{-}p & o \\ o & o & 1\text{-}r\text{-}q \end{bmatrix} \qquad (I-D) = \begin{bmatrix} 1 & -p & -r \\ o & 1 & -q \\ o & o & 1 \end{bmatrix}$$

$$[I - D]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & p & r+pq \\ o & 1 & q \\ o & o & 1 \end{bmatrix}$$

De donde:

$$E = \begin{bmatrix} 1 & o & o \\ o & 1\text{-}p & o \\ o & o & 1\text{-}r\text{-}q \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & p & r+pq \\ o & 1 & q \\ o & o & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & p & r+pq \\ o & 1\text{-}p & q(1\text{-}p) \\ o & o & 1\text{-}r\text{-}q \end{bmatrix}$$

Cuya interpretación es similar a la efectuada para el caso del dominio indirecto, a partir de los datos incluidos en la matriz E, que pueden recogerse en un cuadro, tal como el presentado en la figura 5.

T. e. poseidos por los socios externos de las empresas \ T. e. poseidos sobre las empresas	1	2	3
1	1	p	r + pq
2	o	1 − p	q (1 − p)
3	o	o	1 − r − q
Suma por columnas	1	1	1

Figura 5.

2.3. *Dominio recíproco.*

Partamos del sencillo caso representado en la figura 6.

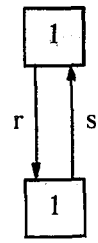

Figura 6.

Las matrices necesarias para la aplicación de la expresión general, son:

$$D = \begin{bmatrix} o & r \\ s & o \end{bmatrix} ; \quad Q = \begin{bmatrix} 1-s & o \\ o & 1-r \end{bmatrix} ; \quad I - D \begin{bmatrix} 1 & -r \\ -s & 1 \end{bmatrix}$$

$$[I - D]^{-1} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{1-rs} & \dfrac{r}{1-rs} \\ \dfrac{s}{1-rs} & \dfrac{1}{1-rs} \end{bmatrix}$$

Y por lo tanto:

$$E = \begin{bmatrix} 1-s & o \\ o & 1-r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{1-rs} & \dfrac{r}{1-rs} \\ \dfrac{s}{1-rs} & \dfrac{1}{1-rs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1-s}{1-rs} & \dfrac{r(1-s)}{1-rs} \\ \dfrac{s(1-r)}{1-rs} & \dfrac{1-r}{1-rs} \end{bmatrix}$$

Los resultados obtenidos aquí, lo mismo que de los casos precedentes, coinciden con los normalmente obtenidos por otros procedimientos. La ventaja del que aquí exponemos es su generalidad, puesto que puede ser aplicado sin variar el planteamiento a una interrelación cualquiera.

Por lo que se refiere a la interpretación de los tantos efectivos de E, no creemos requiera comentarios específicos, por no desviarse el planteamiento aquí presentado del ofrecido en ejemplos anteriores.

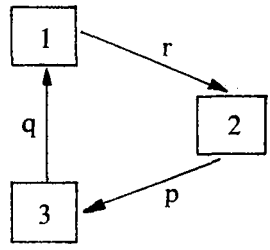

Figura 7.

2.4. *Dominio Circular.*

Supongamos ahora una estructura de interrelación tal como la que aparece en la figura 7.

Al igual que en los casos ya vistos, disponemos aquí las siguientes matrices:

$$D = \begin{bmatrix} o & r & o \\ o & o & p \\ q & o & o \end{bmatrix} \qquad Q = \begin{bmatrix} 1-q & o & o \\ o & 1-r & o \\ o & o & 1-q \end{bmatrix} \qquad I - D = \begin{bmatrix} 1 & -r & o \\ o & 1 & -p \\ -q & o & 1 \end{bmatrix}$$

$$[I - D]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1-rpq} & \frac{r}{1-rpq} & \frac{rp}{1-rpq} \\ \frac{pq}{1-rpq} & \frac{1}{1-rpq} & \frac{p}{1-rpq} \\ \frac{q}{1-rpq} & \frac{rq}{1-rpq} & \frac{1}{1-rpq} \end{bmatrix} \qquad E = \begin{bmatrix} 1-q & o & o \\ o & 1-r & o \\ o & o & 1-p \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} \frac{1}{1-rpq} & \frac{r}{1-rpq} & \frac{rp}{1-rpq} \\ \frac{pq}{1-rpq} & \frac{1}{1-rpq} & \frac{p}{1-rpq} \\ \frac{q}{1-rpq} & \frac{rq}{1-rpq} & \frac{1}{1-rpq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1-q}{1-rpq} & \frac{r(1-q)}{1-rpq} & \frac{(1-q)r.p}{1-rpq} \\ \frac{(1-r)pq}{1-rpq} & \frac{1-r}{1-rpq} & \frac{(1-r)p}{1-rpq} \\ \frac{(1-p)q}{1-rpq} & \frac{(1-p)rq}{1-rpq} & \frac{1-p}{1-rpq} \end{bmatrix}$$

Resultados cuya discusión es similar a la realizada para los ejemplos precedentes.

2.5. *Ejemplo numérico.*

Planteemos ahora un ejemplo numérico, sobre la base de la estructura de interrelaciones de la figura 7.

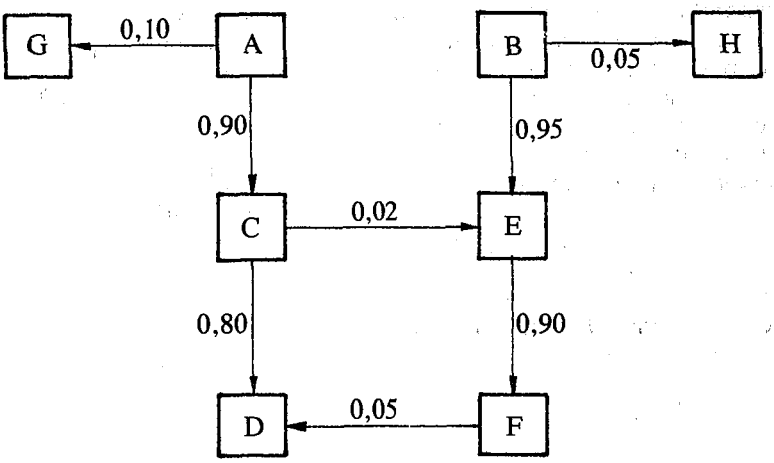

Figura 7.

Siguiendo la metodología general aplicada en los casos precedentes, estableceremos:

$$D = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \\ G \\ H \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} A & B & C & D & E & F & G & H \end{array} \\ \begin{bmatrix} o & o & 0{,}90 & o & o & o & 0{,}90 & o \\ o & o & o & o & 0{,}95 & o & o & 0{,}05 \\ o & o & o & 0{,}80 & 0{,}02 & o & o & o \\ o & o & o & o & o & o & o & o \\ o & o & o & o & o & 0{,}90 & o & o \\ o & o & o & 0{,}05 & o & o & o & o \\ o & o & o & o & o & o & o & o \\ o & o & o & o & o & o & o & o \end{bmatrix} \end{array}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & o & o & o & 0 & o & o & o \\ o & 1 & o & o & o & o & o & o \\ o & o & 0{,}10 & o & o & o & o & o \\ o & o & o & 0{,}15 & o & o & o & o \\ o & o & o & o & 0{,}03 & o & o & o \\ o & o & o & o & o & 0{,}10 & o & o \\ o & o & o & o & o & o & 0{,}90 & o \\ o & o & o & o & o & o & o & 0{,}95 \end{bmatrix}$$

$$I - D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -0{,}90 & 0 & 0 & 0 & -0{,}10 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -0{,}95 & 0 & 0 & -0{,}05 \\ 0 & 0 & 1 & -0{,}80 & -0{,}02 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -0{,}90 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0{,}05 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[I - D]^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0{,}90 & 0{,}72081 & 0{,}018 & 0{,}0162 & 0{,}10 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0{,}04275 & 0{,}95 & 0{,}855 & 0 & 0{,}05 \\ 0 & 0 & 1 & 0{,}8009 & 0{,}02 & 0{,}018 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}045 & 1 & 0{,}9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}05 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Con lo que:

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0{,}90 & 0{,}72081 & 0{,}018 & 0{,}0162 & 0{,}10 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0{,}04275 & 0{,}95 & 0{,}855 & 0 & 0{,}05 \\ 0 & 0 & 0{,}10 & 0{,}08009 & 0{,}002 & 0{,}0018 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}15 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}00135 & 0{,}03 & 0{,}027 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}005 & 0 & 0{,}10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}90 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}95 \end{bmatrix}$$

Tantos efectivos cuya significación y características nos son ya conocidos, y cuya obtención ha resultado de la aplicación de la rutina de cálculo que hemos venido estudiando hasta aquí.

3. *La asignación de resultados utilizando los tantos efectivos de influencia* (4).

En el apartado primero señalábamos que uno de los campos de aplicación de los tantos efectivos de influencia era el establecimienro de los resultados atribuibles a cada categoría o grupo de socios; hay que

(4) Por razones de simplificación expositiva, no consideramos en este trabajo las eliminaciones en resultados derivados de operaciones entre compañías.

En tono a este tipo de cuestiones, véase A. WAYNE CORCORAN «Mathematical Applications in Accounting». Nueva York, Harcourt, Brace & World, Inc. 1968, págs. 177-183.

puntualizar que se trata en cualquier caso de socios externos. La suma de los resultados asignables a las diferentes categorías de socios externos constituye el resultado del grupo, siempre que la interrelación patrimonial pueda ser califacada como tal grupo.

La operación de cálculo relativa a tal asignación de resultados resulta simple, una vez conocida la matriz E de tantos efectivos.

En efecto, si representamos por R el vector columna de los resultados obtenidos por las n empresas de interrelación tendremos, como expresión de los resultados atribuibles a cada grupo de socios, la siguiente:

$$\underset{(n\times 1)}{R^E} = \underset{(n\times n)}{E} \times \underset{(n\times 1)}{R}$$

Siendo R^E el vector columna correspondiente a los resultados atribuibles a cada grupo de socios externos.

Si tal como hemos apuntado anteriormente:

$$E^T u = u$$

y puesto que

$$[R^E]^T = R^T . T^T$$

podemos escribir

$$[R^E]^T u = R^T . E^T u$$

De donde

$$[R^E]^T u = R^T u$$

Es decir:

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} R^E = \sum_{i=1}^{n} R_i}$$

Expresión según la cual por la suma de los resultados atribuibles a cada grupo de socios externos es igual a la suma de los resultados individuales de las diferentes empresas miembros de la interrelación patrimonial.

Pero vemos la aplicación de la expresión anterior a los casos comentados en el apartado 2.

3.1. *Dominio indirecto.*

Tomemos como punto de partida los componentes de E y R, a partir de los cuales tendremos:

$$R^E = \begin{bmatrix} 1 & r & rp \\ o & 1-r & (1-r)\,p \\ o & o & 1-p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 & + rR_2 + rp\,R_3 \\ o & + (1-r)\,R_2 + (1-r)p\,R_3 \\ o & o \quad + (1-p)\,R_3 \end{bmatrix}$$

Cumpliéndose, en efecto, que:

$$\sum_{i=1}^{3} R_i^E = \sum_{i=1}^{3} Ri$$

3.2. *Dominio triangular.*

Partiendo de la matriz que se deriva de la estructura patrimonial de la figura 4 y del vecto R, podemos escribir

$$R^E = \begin{bmatrix} 1 & p & r+pq \\ o & 1-p & q(1-p) \\ o & o & 1-r-q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + pR_2 + (r+pq)\,R_3 \\ ó\ (1-p)\,R_2 + q(1-p)\,R_3 \\ o \quad o \quad (1-r-q)\,R_3 \end{bmatrix}$$

Vector de características similares al obtenido para el dominio indirecto.

3.3. *Dominio recíproco.*

Del mismo modo obtendremos aquí:

$$R^E = \begin{bmatrix} \frac{1-s}{1-rs} & \frac{r(1-s)}{1-rs} \\ \frac{s(1-r)}{1-rs} & \frac{1-r}{1-rs} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1-s}{1-rs} R_1 + \frac{r(1-s)}{1-rs} R_2 \\ \frac{s(1-r)}{1-rs} R_1 + \frac{1-r}{1-rs} R_2 \end{bmatrix}$$

3.4. *Dominio circular.*

Al igual que en los casos precedentes, tenemos:

$$R^E = \begin{bmatrix} \frac{1-q}{1-rpq} & \frac{r(1-q)}{1-rpq} & \frac{rp(1-q)}{1-rpq} \\ \frac{(1-r)pq}{1-rpq} & \frac{1-r}{1-rpq} & \frac{(1-r)p}{1-rpq} \\ \frac{(1-p)q}{1-rpq} & \frac{(1-p)rp}{1-rpq} & \frac{1-p}{1-rpq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1-q}{1-rpq} R_1 + \frac{r(1-q)}{1-rpq} R_2 + \frac{rp(1-q)}{1-rpq} R_3 \\ \frac{(1-r)pq}{1-rpq} R_2 + \frac{1-r}{1-rpq} R_2 + \frac{(1-r)p}{1-rpq} R_3 \\ \frac{(1-p)q}{1-rpq} R_1 + \frac{(1-p)rq}{1-rpq} R_2 + \frac{1-p}{1-rpq} R_3 \end{bmatrix}$$

3.5. *Ejemplo numérico.*

Supongamos los siguientes resultados para las ocho empresas miembros de la interrelación:

$$R = \begin{bmatrix} 5.000 \\ 4.000 \\ 3.500 \\ -1.000 \\ 1.800 \\ 500 \\ 2.000 \\ 2.500 \end{bmatrix} \qquad \sum_{i=1}^{8} R_i = 18.300$$

A partir de estas cifras, tendremos:

$$R^E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0{,}9 & 0{,}72081 & 0{,}018 & 0{,}0162 & 0{,}10 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0{,}04275 & 0{,}95 & 0{,}855 & 0 & 0{,}5 \\ 0 & 0 & 0{,}1 & 0{,}08009 & 0{,}002 & 0{,}0018 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}15 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}00135 & 0{,}03 & 0{,}027 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}005 & 0 & 0{,}10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}95 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5.000 \\ 4.000 \\ 3.500 \\ -1.000 \\ 1.800 \\ 500 \\ 2.000 \\ 2.500 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.669{,}69 \\ 6.219{,}75 \\ 274{,}41 \\ -150{,}— \\ 66{,}15 \\ 45{,}— \\ 1.800{,}— \\ 2.375{,}— \end{bmatrix}$$

Siendo:

$$\sum_{i=1}^{8} R_i^E = \sum_{i=1}^{8} R_i = 18.300$$

Como en los casos anteriores, la metodología comentada nos ha permitido pasar con facilidad de los resultados de las anteriores empresas a los correspondientes a cada grupo de socios externos. El planteamiento es simple y cómodo en su aplicación. La dificultad operativa puede presentarse cuando el número de empresas sea muy elevado, si bien puede salvarse sin dificultad con auxilio de adecuados instrumentos materiales para el cálculo.

4. *Los ajustes en resultados derivados de participación en otras empresas miembros de la interrelación patrimonial: la aplicación de los tantos nominales* (5).

Un método alternativo al expuesto de los tantos efectivos para la asignación de los resultados por categorías de socios externos, que podríamos denominar *«método de los tantos nominales sobre resultados ajustados»*, se desarrolla a través de *dos fases sucesivas:*

1. Cálculo de los resultados ajustados, teniendo en cuenta las participaciones inter-empresariales, dentro de la misma interrelación patrimonial.
2. Aplicación de los tantos nominales de influencia de los socios externos a los resultados ajustados obtenidos en etapa precedente.

4.1. *Primera fase: Cálculo de los resultados ajustados.*

Si representamos por R^A el vector columna de resultados ajustados de las empresas, podemos escribir:

$$\underset{(n\times 1)}{R} + \underset{(n\times 1)}{D}\ \underset{(n\times 1)}{R^A} = \underset{(n\times 1)}{R^A}$$

De donde

$$[I-D]\,R^A = R$$

Por tanto:

$$\boxed{R^A = [I-D]^{-1}\,R}$$

(5) En torno a este método de cálculo, véase: A. WAYNE CORCORAN. «Mathematical...». Op. cit., págs. 144-147 y R. L. WEIL «Reciprocal...». Op. cit., págs. 752-755.

Expresión general que nos permite obtener los resultados ajustados a partir de la estructura de la interrelación y de los datos particulares relativos a los resultados de las diferentes empresas que la componen.

Veamos la aplicación de la formulación propuesta a las diferentes estructuras ya comentadas en apartados precedentes:

a) Dominio indirecto

$$R^A = \begin{bmatrix} 1 & r & rp \\ o & 1 & p \\ o & o & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + rR_2 + rp\,R_3 \\ R_2 + p\,R_3 \\ R_3 \end{bmatrix}$$

b) Dominio triangular

$$R^A = \begin{bmatrix} 1 & p & r+pq \\ o & 1 & q \\ o & o & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + pR_2 + (r+pq)\,R_3 \\ R_2 + q\,R_3 \\ R_3 \end{bmatrix}$$

c) Dominio recíproco

$$R^A = \begin{bmatrix} \frac{1}{1-rs} & \frac{r}{1-rs} \\ \frac{s}{1-rs} & \frac{1}{1-rs} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1-rs} R_1 + \frac{r}{1-rs} R_2 \\ \frac{s}{1-rs} R_1 + \frac{1}{1-rs} R_2 \end{bmatrix}$$

d) *Dominio circular*

$$R^A = \begin{bmatrix} \frac{1}{1-rpq} & \frac{r}{1-rpq} & \frac{rp}{1-rpq} \\ \frac{pq}{1-rpq} & \frac{1}{1-rpq} & \frac{p}{1-rpq} \\ \frac{q}{1-rpq} & \frac{rq}{1-rpq} & \frac{1}{1-rpq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{1-rpq} R_1 + \frac{r}{1-rpq} R_2 + \frac{rp}{1-rpq} R_3 \\ \frac{pq}{1-rpq} R_1 + \frac{1}{1-rpq} R_2 + \frac{p}{1-rpq} R_3 \\ \frac{9}{1-rpq} R_1 + \frac{rq}{1-rpq} R_2 + \frac{1}{1-rpq} R_3 \end{bmatrix}$$

e) Ejemplo numérico

$$\begin{bmatrix} 1 & o & 0{,}9 & 0{,}72081 & 0{,}018 & 0{,}0162 & 0{,}10 & o \\ o & 1 & o & 0{,}04275 & 0{,}95 & 0{,}855 & o & 0{,}05 \\ o & o & 1 & 0{,}8009 & 0{,}02 & 0{,}018 & o & o \\ o & o & o & 1 & o & o & o & o \\ o & o & o & 0{,}045 & 1 & 0{,}9 & o & o \\ o & o & o & 0{,}05 & o & 1 & o & o \\ o & o & o & o & o & o & 1 & o \\ o & o & o & o & o & o & o & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5.000 \\ 4.000 \\ 3.500 \\ -1.000 \\ 1.800 \\ 500 \\ 2.000 \\ 2.500 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.669{,}69 \\ 6.219{,}75 \\ 2.744{,}10 \\ -1.000{,}— \\ 2.205 \\ 450 \\ 2.000 \\ 2.500 \end{bmatrix}$$

4.2. *Segunda fase: Aplicación de los tantos nominales de influencia de los socios externos a los resultados ajustados.*

Los tantos nominales de influencia de los socios externos nos vienen dados por los elementos de la matriz Q, que ya conocemos. Por lo tanto, los resultados atribuibles a cada grupo de socios nos vendrán dados por la siguiente expresión:

$$\boxed{\underset{(n\times 1)}{R^E} = \underset{(n\times n)}{Q} \; \underset{(n\times 1)}{R^A}}$$

Que aplicada a las estructuras patrimoniales que venimos contemplando, conducirán a los resultados que exponemos a continuación:

a) Dominio indirecto

$$R^E = \begin{bmatrix} 1 & o & o \\ o & 1-r & o \\ o & o & 1-p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 + rR_2 + rp\,R_3 \\ R_2 + p\,R_3 \\ + R_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + rR_2 + rp\,R_3 \\ ó\ (1-r)\,R_2 + (1-p)\,R_3 \\ o \quad o \quad (1-p)\,R_3 \end{bmatrix}$$

b) Dominio triangular

$$R^E = \begin{bmatrix} 1 & o & o \\ o & 1-p & o \\ o & o & 1-r-q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 + pR_2 + (r+pq)\,R_3 \\ R_2 + q\,R_3 \\ +\,R_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + pR_2 + (r+pq)\,R_3 \\ \text{ó}\ (1-p)\,R_2 + q(1-p)\,R_3 \\ o \quad o \quad (1-r-q)\,R_3 \end{bmatrix}$$

c) Dominio recíproco

$$R^E = \begin{bmatrix} 1-s & o \\ o & 1-r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{1}{1-rs}\,R_1 + \dfrac{r}{1-rs}\,R_2 \\ \dfrac{1}{1-rs}\,R_1 + \dfrac{1}{1-rs}\,R_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1-s}{1-rs}\,R_1 + \dfrac{r\,(1-s)}{1-rs}\,R_2 \\ \dfrac{s\,(1-r)}{1-rs}\,R_1 + \dfrac{1-r}{1-rs}\,R_2 \end{bmatrix}$$

d) Dominio circular

$$\begin{bmatrix} 1-q & o & o \\ o & 1-r & o \\ o & o & 1-p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{1}{1-rpq}\,R_1 + \dfrac{r}{1-rpq}\,R_2 + \dfrac{rp}{1-rpq}\,R_3 \\ \dfrac{pq}{1-rpq}\,R_1 + \dfrac{1}{1-rpq}\,R_2 + \dfrac{p}{1-rpq}\,R_3 \\ \dfrac{q}{1-rpq}\,R_1 + \dfrac{rq}{1-rpq}\,R_2 + \dfrac{1}{1-rpq}\,R_3 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \dfrac{1-q}{1-rpq}\,R_1 + \dfrac{r(1-q)}{1-rpq}\,R_2 + \dfrac{rp(1-q)}{1-rpq}\,R_3 \\ \dfrac{(1-r)pq}{1-rpq}\,R_1 + \dfrac{1-r}{1-rpq}\,R_2 + \dfrac{(1-r)p}{1-rpq}\,R_3 \\ \dfrac{(1-r)q}{1-rpq}\,R_1 + \dfrac{(1-p)rq}{1-rpq}\,R_2 + \dfrac{1-p}{1-rpq}\,R_3 \end{bmatrix}$$

e) Ejemplo numérico

$$R^E = \begin{bmatrix} 1 & o & o & o & o & o & o & o \\ o & 1 & o & o & o & o & o & o \\ o & o & 0{,}10 & o & o & o & o & o \\ o & o & o & 0{,}15 & o & o & o & o \\ o & o & o & o & 0{,}03 & o & o & o \\ o & o & o & o & o & 0{,}10 & o & o \\ o & o & o & o & o & o & 0{,}90 & o \\ o & o & o & o & o & o & o & 0{,}95 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7.669{,}69 \\ 6.219{,}75 \\ 2.744{,}10 \\ -\ 1.000{,}— \\ 2.205 \\ 450 \\ 2.000 \\ 2.500 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 7.669{,}69 \\ 6.219{,}75 \\ 274{,}41 \\ -\ 150{,}— \\ 66{,}15 \\ 45 \\ 1.800 \\ 2.375 \end{bmatrix}$$

Tal como puede comprobarse, los resultados obtenidos coinciden con los resultados de la aplicación del método de los tantos efectivos, y no por simple coincidencia, sino porque *ambos métodos conducen, en cualquier caso, a los mismos resultados,* con un carácter general, debido a su equivalencia lógica. La demostración de tal equivalencia es el objeto del quinto y último apartado del presente trabajo.

5. *Análisis comparativo de los dos métodos expuestos. Conclusión.*

Los resultados obtenidos mediante la aplicación de los dos métodos expuestos a los casos concretos comentados, no son los mismos por pura coincidencia, sino porque esta circunstancia se produce con carácter general, sea cual fuere la estructura de la interrelación patrimonial que se contemple.

Efectivamente; en ambos métodos realizamos la misma operación, que es la siguiente:

$$\boxed{R^E = Q\,[I - D]^{-1}.\ R}$$

La diferencia entre uno y otro método reside en la fase intermedia que en cada caso se plantea. Así, mientras *el método de los «tantos efectivos de influencia» establece, previamente a la asignación de los resultados, la matriz E de tantos efectivos, el método de los «tantos nominales sobre resultados ajustados» se ocupa del establecimiento previo de los resultados ajustados* (R^A), considerado las participaciones existentes entre las empresas de la interrelación patrimonial. Ambas fases intermedias tienen, a nuestro entender, su propia justificación y su razón de ser.

En efecto; por lo que se refiere a los tantos efectivos, éstos tienen utilidad, además del cálculo del neto atribuible a cada grupo de socios, *para la investigación en torno a la existencia de una estructura de dominio,* tal como señalábamos al iniciar este trabajo, en su apartado primero.

Por lo que se refiere a los resultados ajustados, éstos resultan interesantes para establecer adecuadamente los *correctos resultados totales correspondientes a cada empresa miembro de la interrelación patrimonial,* además de constituir un paso intermedio para el cálculo y asignación de resultados por categorías de socios externos (6). Formalmente, el problema es similar a la asignación de costes por secciones cuando hay prestaciones internas: para la explotación en su conjunto los costes relevantes para el cálculo son los que llegan de fuera, pero, tal como señala Schneider, «si consideramos cada sección como unidad económica capaz a su vez de ceder prestaciones, podemos lograr más grupos de clases de costes» (7). Del mismo modo, aún cuando desde el punto de vista del grupo o de la interrelación de empresas, las pérdidas o ganancias entre compañías se eliminen del estado de resultados consolidados, éstas deben aparecer como tales en las cuentas de resultados individuales de las empresas que, con personalidad jurídica propia e independiente, actúan dentro del contexto económico constituido por todas las unidades económicas patrimonialmente interrelacionadas.

Como *conclusión* de cuanto venimos exponiendo a lo largo de las páginas que anteceden, diremos que nuestro objetivo ha sido resaltar, de la manera más clara posible, los extremos siguientes:

1. Existe una formulación general para el cálculo y asignación de resultados entre los socios externos de una interrelación patrimonial. Tal formulación se concreta en la expresión:

$$R^E = Q\,[I - D]^{-1}.\ R$$

(6) WEIL no aprecia la información suministrada por las fases intermedias, tal como hemos resaltado nosotros aquí; para este autor la asignación de resultados «sólo es una operación de cálculo coherente, no una serie de etapas conceptuales». Por las razones apuntadas en el texto, nosotros nos separamos esencialmente de tal concepción (R. L. WEIL, «Recíprocal...». Op., cit., pág. 753).

(7) E. SCHNEIDER, «Contabilidad industrial». Madrid, Aguilar, 1962, pág. 43.

2. La expresión anterior muestra un producto de tres exponentes: Q, $[I - D]^{-1}$ y R. Según los agrupemos a la hora de descomponer R^E, quedan definidos dos métodos de cálculo diferentes: el de los «tantos efectivos de influencia» (aplicables sobre los resultados que componen R) y el de los «tantos nominales» (Q), aplicables sobre los resultados ajustados.

3. El método de los tantos efectivos se preocupa, en una primera fase, de establecer los citados tantos efectivos de influencia, que resultan de la operación:

$$E = Q\,[I - D]^{-1}$$

4. El método de los tantos nominales, establece en su fase primera los resultados ajustados de las empresas, a través de la expresión:

$$R^A = [I - D]^{-1}.\ R$$

5. En la segunda fase ambos métodos convergen en idénticos resultados:

$$R^E = E.R = Q\,[I - D]^{-1}.\ R$$

$$R^E = Q.R^A = Q\,[I - D]^{-1}.\ R$$

6. Los métodos descritos no son, pues, excluyentes o alternativos, sino complementarios: cada uno de ellos proporciona unos datos intermedios con un interés informativo distinto al de un mero paso intermedio de un algoritmo de cálculo.

7. Además del interés informativo que supone mantener en paralelo ambos métodos, existe la posibilidad de contrastar una cifras que deben ser coincidentes, circunstancia que en muchos casos puede ser de interés para quien elabora los informes contables de las empresas, por separado o en su versión consolidada.