REVISTA ESPANOLA DE FINANCIACIÓN Y CONTABILIDAD
Vol. V, n. 18
octubre-diciembre 1976
pp. 55-68

CONTABILIDAD Y TEORIA DE LA MEDIDA (*)

Por

Francisco José Valero López

INDICE:

1. Introducción.—2. Algunos conceptos en teoría de la medida.—3. Teoría de la medida y contabilidad.—4. Conclusión.

(*) Una versión anterior de este trabajo fue presentada al Seminario del Departamento de Contabilidad de la Facultad de C.C.E.E. y E.E. de la Universidad Autónoma de Madrid, a propuesta del Director del mismo, profesor Calafell Castelló. Agradezco a todos los participantes en aquella sesión las críticas y consideraciones —muy estimables y constructivas— que se me hicieron. De modo especial, quisiera mencionar al profesor Moisés García, por la interesante, y esperemos que fructífera, polémica que sostuvimos.

1.— INTRODUCCION

El presente trabajo tiene por objeto presentar las posibilidades que para la fundamentación lógico-formal de la disciplina contable puede tener la rama de las Ciencias Matemáticas conocida con el nombre de Teoría de la Medida, la cual constituye la fundamentación moderna de buena parte del análisis matemático y estadístico.(1)

La idea central en la que pretendo basar mi exposición es que la Contabilidad es una ciencia que persigue medir realidades de naturaleza económica, siguiendo una metodología que le es propia. En base a estos, intentaré formular la medición contable —como proceso y como método— en términos de la Teoría de la Medida antes aludida.

El punto de partida lo constituye, entonces, la concepción que el Profesor Calafell nos proporciona acerca de la *teoría de la contabilidad formal,* cuyo contenido trata de «captar, considerando la realidad desde un plano de observación, los estímulos que en dicho plano se perciben»(2). De estas palabras se desprende, por un lado, una problemática que pertenece a la Teoría del Conocimiento, y que no vamos a tratar aquí. Es decir, pasamos por alto todas las cuestiones relativas a la percepción, la inferencia, la memoria, el conocimiento, etc. que lleva consigo toda observación —científica o no— de una realidad.(3)

Por otro lado, deseamos formalizar el proceso de captación científica que realizamos —con ayuda de una cierta técnica instrumental— desde nuestro plano de observación. Para ello, construimos un modelo, en el cual definimos unas ciertas entidades formales, a la vez que postulamos determinadas relaciones entre ellas. Nuestro objetivo, reside, entonces, en que el modelo diseñado constituya una representación adecuada de la realidad estudiada.

Una manera obvia de conseguir nuestro propósito consiste en establecer un paralelismo entre el modelo y la realidad. Definimos el primero como presentación homomórfica —o, de un modo más particular, isomórfica— con la segunda (4). Al hacerlo así, estamos suponiendo que somos capaces de captar en el modelo las operaciones o transformaciones que ocurren en la realidad en estudio. Este es precisamente el significado matemático de los términos homo e isomorfismo, sobre todo este último, pues, al permitirnos sumergir unas estructuras en otras nos faculta para trasladar el estudio de cualquiera de ellas a aquella que nos sea más accesible y manejable.

Sin embargo, el supuesto anterior, aunque muy útil y deseable, no nos garantiza que nuestro modelo sea una representación adecuada de la realidad observada. Esto es así, porque lleva implícito el hecho de nuestra capacidad para captar y conocer las transformaciones que ocurran en la realidad, cuestión que es precisamente lo que nuestro modelo intenta explicar.

Por esta razón, modelos que se consideran homo o isomórficos con la realidad bajo una determinada perspectiva científica, dejan de merecer tal consideración cuando esta última cambia. Esto es así, porque no podemos suponer que conocemos y captamos precisamente aquello que deseamos captar y conocer.

(1) Los interesados en ella pueden consultar una de las obras ya clásicas acerca del tema: Halmos, Paul R. «Measure Theory», Springer-Verlag, New York, 1974. (La primera edición data de 1949).

(2) Vid. Calafell Castelló, A. «El plan General de Contabilidad de España: Análisis y Perspectivas». Crónica Tributaria nº 3, 1972, págs. 137-151.

(3) Una visión panorámica, casi intuitiva, de estos problemas puede verse en la obra de Bertrand Rusell: «Fundamentos de Filosofía», Plaza & Janés, Barcelona, 1972.

(4) Los conceptos de homo e isomorfismo pueden consultarse en cualquier manual de Análisis Matemático. En cuanto a su aplicación al proceso de medición contable puede verse la obra de Moisés García: «Análisis Circulatorio y Contabilidad». Tesis Doctoral F.C.C.E.E., U.A.M., 1973, págs. 42-67.

Este mismo autor introduce en el proceso de medición contable los conceptos de $\sigma-$ álgebra y medida que luego utilizaremos. Sin embargo, estoy en desacuerdo con el contexto de su empleo. Además, ambos conceptos están sobredefinidos al introducir en su definición lo que son meramente propiedades de los mismos. Op. cit., págs. 60-63.

Desde luego, nuestra finalidad y nuestro principal deseo es llegar a descubrir un modelo que sea homomórfico —y todavía mejor, isomórfico— con la realidad en cuestión, pero el día en que esto suceda, podemos decir que la tarea científica habrá terminado, al menos tal y como la conocemos, para convertirse entonces en una mera ingeniería de modelos. La experiencia de tantos siglos no nos faculta, sin embargo, para suponer que algún día pueda llegarse a esta situación.

Mientras tanto, y puesto que la realidad ha de poderse conocer, por motivos teóricos o prácticos, abandonamos la idea que nuestro modelo es, aunque no dejemos de caer en la tentación de que lo pretende ser, una representación homo e isomórfica de nuestra realidad.

El camino que preferimos seguir es, desde luego, más dificultoso. En principio, sólo suponemos que hemos sido capaces de captar las entidades o categorías que existen en la realidad —pero en modo alguno sus relaciones o transformaciones— mediante otras entidades o categorías que pertenecen al plano científico de observación en el que estamos situados. Más aún, el único requisito que imponemos a estas últimas es que se correspondan de alguna manera —y sólo de alguna manera— con la realidad.

Evidentemente, siguiendo nuestra línea de argumentación anterior, estamos suponiendo una cierta relación entre realidad y modelo, pero es que esto es precisamente todo lo que necesitamos. En ningún caso estamos prejuzgando a priori la naturaleza de dicha relación. Todavía más, no establecemos que la correspondencia existe entre elementos de una realidad y elementos de un modelo. Esto último no podemos hacerlo, ya que podemos desconocer, incluso, qué elementos constituyen a dicha realidad.

El siguiente paso consiste en establecer un conjunto de relaciones sobre las entidades o categorías que estamos utilizando en nuestro plano científico. En algún paso de nuestra tarea debemos de ser capaces de obtener unas medidas —entendidas en un sentido estricto— susceptibles de ser sometidas a contrastación. Y solamente de los resultados de ésta podemos establecer —de una manera provisional— que nuestro modelo es adecuado a la realidad estudiada.

Decimos de una manera provisional, por cuanto dicha contrastación es relativa —como enseña la metodología científica— tanto al conjunto de medios instrumentales con ayuda de los cuales hemos obtenido nuestras medidas, como a la existencia —o la ausencia— de resultados alternativos derivados de otros modelos o teorías (5).

Nuestro trabajo pretende aplicar esta última metodología a la Ciencia Contable echando mano de los conceptos que nos proporciona la Teoría de la Medida. Para ello, presentamos una formulación alternativa a la axiomática de los sistemas contables realizada por Richard Mattessich en base a la teoría de conjuntos, tal y como se encuentra en su sugestiva (6) obra «Accounting and Analytical Methods», teniendo en cuenta los perfeccionamientos que el citado autor ha realizado posteriormente sobre la citada formulación (7).

Partimos de la base de que los sucesivos intentos realizados por dicho autor han dado lugar a lo que constituye, hoy por hoy, si no la formulación más rigurosa y elaborada que se ha conseguido, dentro de nuestra disciplina, sí, al menos, la más explicativa. Este hecho ya ha sido recono-

(5) Estamos resumiendo aquí muy brevemente un conjunto de problemas todavía hoy sometido a amplia discusión. Vid. Lakatos, Imre y Musgrave, Alan, eds. «La Crítica y el Desarrollo del Conocimiento». Ediciones Grijalbo, Barcelona, 1975. En particular, el artículo de I. Lakatos: «La falsación y la metodología de los programas de investigación científica», Páginas 203-343.

(6) Matessich, R.: «Accounting and Analytical Merhods». R. D. Irwin, Inc. Home Wood, Illinois, 1964.

(7) Mattessich, R.: «Recent Improvement in the Axiomatic Presentation of Accountic Presentation of Accounting Systems». Working Paper n.º 167. Faculty of Commerce and B. A. University of British Columbia, octubre 1972. Versión española de L. Cañibano, en R.E.F.C., enero-abril 1973, págs. 443-465.

En este artículo el autor presenta, además, un breve panorama histórico de la evolución de su pensamiento.

cido por muchos autores, y sólo lo traemos a colación para justificar el objeto de la elección realizada.

Como quiera que la Teoría de la Medida se basa en estructuras definidas sobre conjuntos —o más precisamente, sobre sistemas de conjuntos— podemos conectar directamente con la formulación axiomática ya citada, a la vez que utilizamos conceptos tales como σ– álgebra, medida y función medible, que constituyen los fundamentos de dicha teoría matemática.

Por último, y a modo de apéndice, quisiera terminar este trabajo con una nota acerca de la estructura matemática del plan de cuentas, que constituyó —históricamente— la base de partida de estas reflexiones.

2. **Algunos conceptos básicos en teoría de la medida** (8).

En este apartado queremos exponer algunos conceptos en los que se va a basar el resto de nuestro trabajo.

Empezamos por definir el concepto de *clase* como conjunto cuyos elementos son, a su vez, conjuntos (9).

En base a este concepto, vamos a explicar la serie de estructuras matemáticas en que se fudamenta la teoría de la Medida: semianillo, anillo, álgebra y σ– álgebra (10)

Se llama *semianillo* a toda clase no vacía de conjuntos que es cerrada bajo las operaciones intersección y diferencia de conjuntos.

Esto es, es un semianillo si:

1.ª) $\forall\ A, B \in \alpha \Rightarrow A \cap B \in \alpha$
2.ª) $\forall\ A, B \in \alpha \Rightarrow A - B \in \alpha$

La importancia de este concepto reside en que es la estructura más elemental sobre la que puede definirse una medida.

Ahora bien, esta estructura elemental resulta, en principio, poco operativa. La razón de ello es que no asegura la posibilidad de que exista en todo caso la unión de conjuntos dentro de la misma, con lo cual, nos será imposible establecer la agregación de algunas de las medidas que hemos definido en dicha estructura.

Para superar esta dificultad introducimos el concepto de *anillo,* que es cerrado bajo las operaciones unión y diferencia, (de manera equivalente puede decirse que es cerrado bajo las operaciones intersección y diferencia simétrica). Con ello, alcanzamos un grado más de operatividad, pero nos vemos imposibilitados de asegurar la existencia del complementario. Sucede a veces que necesitamos atribuir medidas a lo que no pertenece a la totalidad de la clase considerada. Para ello, damos un paso más con el concepto de *álgebra,* clase de conjuntos que es cerrada bajo las operaciones de unión (finita) y complementario.

Por último, alcanzamos el máximo grado de operatividad con el concepto de σ– álgebra, clase que es cerrada bajo las operaciones de unión numerable y complementario.

Esto es, α es un *σ– álgebra* si:

1.º) $\forall\ A \in \alpha \Rightarrow \bar{A} \in \alpha$

2.º) $\forall\ A_i \in \alpha \Rightarrow \bigcup_{i=1}^{n} A_i \in \alpha \quad (i \in N)$

donde N es el conjunto de los números naturales y $\bar{A}$ representa el conjunto complementario de A.

La diferencia entre álgebra y σ– álgebra radica en que en esta última podemos asegurar la existencia de uniones de infinitos conjuntos pertenecientes a la clase considerada, cosa que no podemos hacer en la primera.

---

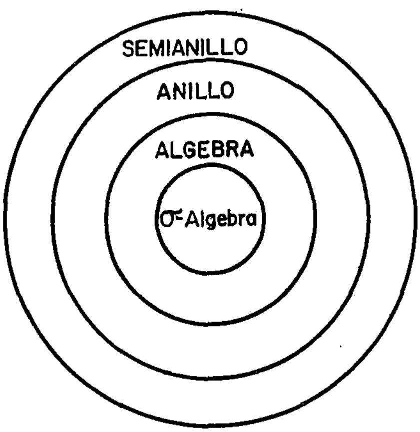
(8) Para la redacción de este apartado hemos consultado:
Halmos, P. R.: Op. cit.
Kolmogorov, A. N. y Fomin, S. V.: «Elementos de la Teoría de Funciones y del Análisis Funcional». Ed. Mir, Moscú, 1972, págs. 43-49, 306-317, 322-327 y 351-355.
La formulación de definiciones y teoremas ha sido ligeramente modificado con el objeto de conseguir la mayor homogeneidad posible de lenguaje en la exposición de nuestro trabajo.

(9) Halmos, P. R.: Op. cit., pág. 10.

(10) Ibid. págs. 19-22.

A la σ — álgebra α junto con el conjunto C en que aquélla está definida se denomina *espacio medible* (C, α).

Puede demostrarse la siguiente cadena de implicaciones, relativas a las cuatro estructuras mencionadas: σ — álgebra $\Rightarrow$ álgebra $\Rightarrow$ anillo $\Rightarrow$ semianillo. En términos gráficos:



Al concepto de σ — álgebra puede asociarse el siguiente teorema de existencia:

«Dada una clase cualquiera, siempre existe al menos una σ — álgebra que la contiene».

Otro teorema interesante, ya que nos permitirá conceptuar como medible el espacio de transacciones,es el siguiente:

«El producto cartesiano de espacio medibles es también un espacio medible».

Esto es, si (C_1, α_1) y (C_2, α_2) son espacios medibles, $(C_1 \times C_2, \alpha_1 \times \alpha_2)$ es un espacio medible.(11)

Como ya hemos mencionado,en base a una estructura de semianillo puede definirse el concepto de medida. Una función de conjunto — esto es, una función cuyo dominio es una clase de conjuntos — $\mu : \alpha \rightarrow \rightarrow R$, se llama: *medida* cuando:

1.º) α es un semianillo

2.º) $\forall A \in \alpha \Rightarrow \mu(A) \geq O$ (no negatividad)

3.º) μ (A) es aditiva (12), esto es $\forall A_k$ta

$$\mu\left(\bigcup_{k=1} AK\right) = \sum_{k=1}^{n} \mu(Ak), \ \forall \text{ n finito} \quad \text{si } Ak \cap Aj = \emptyset \quad I \neq j$$

Es evidente que el concepto de medida que hemos empleado es estrictamente formal o matemático. Hacemos esta observación por los múltiples significados que puede adoptar el vocablo medida. Por otro lado, las condiciones de su definición son suficiente amplias para abarcar un extenso campo de aplicación. Una de las medidas más normales es la *probabilidad,* definida sobre el espacio de los sucesos aleatorios. Sin embargo, ésta no deja de ser una medida restringida por cuanto se limita al intervalo [0,1].

Por último, introducimos el concepto de *función medible.* Sean C_1 y C_2 dos conjuntos cualesquiera, en los que se han definido dos clases de subconjuntos α y α' respectivamente. Una función $f : C_1 \rightarrow C_2$ se denomina (α, α') medible cuando se verifica:

$$\forall A \in \alpha' \Rightarrow f^{-1}(A) \in \alpha$$

A diferencia de la medida, que es una función de conjunto, la función medible es una correspondencia punto a punto. Sin embargo, como se ha podido observar, la condición de existencia de dicha función la hacemos referir a un conjunto.

Para explicar este hecho dentro del contexto que nos interesa, volvamos por un momento a las consideraciones metodógicas que hemos realizado anteriormente. Por un lado,existe la realidad, de la cual desconocemos todos sus elementos. En todo caso, podemos establecer determina-

(11) Ibid., pág. 140.

(12) Si esta propiedad se cumple también para n = , la medida se denomina — aditiva o numerable.

das categorías de los mismos. Por otro, en nuestro plano científico hemos construido un modelo con ciertos elementos y entidades.

Entonces, la función medible nos permite relacionar el elemento r de nuestra realidad con su correspondiente m del modelo. Esto es,

$$m = f(r)$$

Ahora bien, si r es, en general, desconocido, está claro que no podemos basar la existencia de la función medible en esta condición. Una alternativa consiste, entonces, en considerar

$$r = f^{-1}(m)$$

No nos queda más remedio que especificar la condición de existencia mediante la función inversa de un conjunto, que siempre existe y es otro conjunto.

Pero es que, además, esto es precisamente todo lo que necesitamos. Dado el conjunto de categorías científicas que empleamos, lo único que nos debe preocupar, en principio, es que las mismas tengan un cierto respaldo en la realidad considerada. Pues bien, esta es la misión que cumple la función medible: asegurar que las entidades de nuestro modelo responden a otras existentes en la realidad que estudiamos, y no en otra, o lo que es peor, a entidades inexistentes.

Una propiedad de las funciones medibles es que conserva las operaciones de conjunto que estén definidas en ambas clases.(13) Por esta razón, la función medible más potente es aquella que se define entre dos σ — álgebras. Así, por ejemplo:

$$f^{-1}(A \cup B) = f^{-1}(A) \cup f^{-1}(B)$$

(suponiendo que la unión es válida, tanto en α como en α').

Cuestión aparte es si nuestro modelo es adecuado, si la función o funciones medibles que conectan éste con la realidad permiten una fiel representación de la misma. Esta clase de problemas sólo pueden resolverse como ya dijimos —contrastando el poder explicativo de nuestro modelo— y en consecuencia,el de la función o funciones medibles en que lo hemos basado.

(13) Ibid., pág. 76.

3.— *TEORIA DE LA MEDIDA Y CONTABILIDAD*

Siguiendo la metodología que previamente hemos enunciado, y mediante el empleo de los conceptos que hemos expuesto, estamos ahora en condiciones de poder aplicar la Teoría de la Medida a la Ciencia Contable, y concretamente, a la formulación axiomática de la misma.

Puesto que deseamos conectar de una forma directa con la formulación realizada por R. Mattessich, nos tomamos la libertad de partir de los siguientes supuestos básicos de la misma, tal y como aparecen expuestos en el artículo ya citado (14)

Supuesto Básico	Significado (15)
1	Valores
2	Intervalos de tiempo
3	Objetos económicos
4	Agentes económicos
5	Entidades económicas
10	Objetivos (16)

Por otro lado, también incorporamos a nuestra formulación la siguiente termino-

(14) Vid. Mattessich, R.: «Recent Improvements...». Op. cit., págs. 450-452 de la versión española.

(15) El significado de cada supuesto básico lo hemos consultado en «Accounting and Analytical...». Op. cit., págs. 32-45 (exposición axiomática).
También hemos consultado los comentarios que realiza Cañibano, L. Op. cit., págs. 52-57, y, en especial, el cuadro de la pág. 57.

(16) En razón de este postulado básico, que permanece exógeno a nuestro proceso formal de medición, a la vez que impregna toda aplicación práctica del mismo, debemos rechazar el carácter puramente axiomático de nuestra formulación. Vid. Cañibano, L. Op. cit., págs. 20-22.

logía, tomada de la obra del mismo autor «Accounting and Analytical Methods»(17):

V — conjunto de valores
T — conjunto de intervalos de tiempo
O — conjunto de objetos económicos
C — conjunto (plan) de cuentas de la entidad considerada

Nuestra formulación comienza, entonces, caracterizando una *realidad económica* y una *plano de observación contable*.

En la primera realidad económica observamos:

a) Una *estructura económica* k, que es una clase de conjuntos o categorías de naturaleza económica que se ha definido en O.

b) Unas *transacciones económicas,* que pueden definirse como elementos del producto cartesiano k x k x T x V, (18), y por tanto, representarse por cuaternas del tipo

(ki,kj,te,Ve)

donde:

ki,kjϵk son categorías económicas
t e ϵ T es un instante del tiempo
Ve ϵ V es un valor

(El subíndice *e* nos sirve para recordar que los valores y tiempos a los que nos referimos pertenecen a la realidad económica observada).

Paralelamente, *nuestro plano de observación contable,* estará compuesto de los siguientes elementos:

a) Una *estructura contable C,* esto es, una clase de conjuntos o categorías contables tales que puede establecerse una función fc : O→L (k,c) medible.(19)

Esto es, ha de verificarse:

$$\forall\, \alpha \in C \rightarrow fe^{-1}(\alpha) \in k$$

o lo que es lo mismo, toda categoría contable ha de tener como origen una categoría económica, y no otra cosa.

Como ya dijimos anteriormente, esta es, conceptualmente, la primera condición que debemos establecer.

A la función fc la denominamos *función contable de captación de clases económicas*.(20)

b) Unas *transacciones contables,* o elementos del conjunto producto CxCxTxV, que se representan mediante cuaternas del tipo

$$(\alpha i,\ \alpha j,\ tc, Vc)$$

donde:

$\alpha i, \alpha j \epsilon C$ son categorías contables (cuentas)
tc ϵ T es un instante del tiempo
Vc ϵ V es un valor

(De manera análoga a como hicimos antes, el subíndice c nos recuerda que los valores y tiempos referidos pertenecen a nuestro plano contable).

Entre las transacciones económicas y las correspondientes contables existirá una función

$$f_R : kxkxTxV \rightarrow CxCxTxV$$

que denominaremos *función de representación contable*.

La función anterior puede descomponerse en tres tipos de funciones:

1.º) Una función fc' : O xO → Lx L (k x k, C x C) medible, es decir, que verifica

$$\forall \alpha i \times \alpha j \in L \times L \Longrightarrow f^{-1}(\alpha i \times \alpha j) \in k \times k$$

función que llamaremos *función contable de captación de relaciones económicas*.

Es evidente que
fc' : Ox O → L x L

(17) Vid. Mattessich, R.: «Accounting and...». Op. cit., págs. 448-465.

(18) Hemos utilizado expresamente esta formulación del concepto de transacción con objeto de evitar la idea de funcionalidad que aparece en la representación denominada «vectoria» que utiliza Mattessich. Vid. al respecto: Cañibano, L. Op. cit., págs. 86-87.

(19) L es el conjunto de elementos contables sobre el que se define el sistema C. En general, suele considerarse como dicho conjunto el compuesto por las cuentas de orden más bajo en el sistema considerado.

(20) En la denominación de esta función y de las que siguen nos hemos inspirado en el esquema metodológico contable propuesto por el Profesor Calafell. Vid. «Apuntes de Instrucción a la Contabilidad», F.C.C.E.E. y E.E., U.A.M., 1970, págs. 14-17.

es equivalente a considerar fc x fc, es decir:

fc' = (fc : O → L, fc : O→L)

y si fc es medible, fc' = fc x fc también lo es.

El significado de esta nueva función no es otro que el de asegurar que toda relación entre categorías contables debe originarse, por una relación entre categorías económicas.

2.º) Una función fv : V → V, *función de valoración contable,* tal que

$$Vc = fv\ (Ve)$$

que también puede considerarse medible sin más que realizar la partición siguiente en el conjunto de valores, que podemos suponer el de los números reales no negativos.

$$V_1 = \{V \leq \mu\}$$
$$V_2 = \{V > \mu\}$$

siendo μ un número tan grande como se desee.

El sentido de esta partición no es otro que el de acotar el conjunto de valores a un intervalo significativo para la realidad económica en cuestión, y, particularmente, precaverse contra la presencia de valores infinitos.

Por lo tanto:

$$f_V{}^{-1}\ (V_1) = V_1$$
$$f_V{}^{-1}\ (V_2) = V_2$$

3.º Una función f_T: T→T, *función de periodificación contable,* tal que

$$t_c = f_T\ (t_e)$$

que también podemos considerar medible sin más que realizar la siguiente partición en T:

$$T_1 = \{ t_0 \leq t \leq t_f \}$$
$$T_2 = \{ (t < t_0) \cap (t > t_f) \}$$

donde t_0 y t_f limitan un intervalo de tiempo significativo para la entidad económica considerada. (Este intervalo representará bien la totalidad de la vida de dicha entidad, bien un subconjunto o período de la misma.)

Se cumplirá entonces, que:

$$f_T{}^{-1}\ (T_1) = T_1$$
$$f_T{}^{-1}\ (T_2) = T_2$$

En conclusión,

$$f_R = (f_c' : O \times O \rightarrow L \times L,\ f_t,\ f_v)$$

función medible, al estar formada por el producto cartesiano de funciones medibles.

Con todo el esquema anterior consideramos *reformulados* los siguientes postulados básicos de Mattessich:

Supuesto Básico	Significado
6	Estructura.
7	Transaciones económicas.
8	Transaciones contables.
11	Valoración.
12	Obligaciones monetarias.
14	Clasificación.
15	Datos de Entrada.
16	Duración.
17	Materialidad.

Los supuestos denominados de «Estructura» y «Clasificación», así como los de «Transacciones» (económicas y contables) se han considerado al conceptuar tanto la realidad económica como el plano contable.

Los supuestos 11 y 12 se consideran incluidos en la función de valoración contable, ya que la determinación de los valores de reembolso de las obligaciones monetarias, cuestión a la que hace referencia el segundo de los citados supuestos, puede considerarse como un aspecto más de la valoración, aunque referido a una clase específica de objetos económicos.

Por otro lado, el supuesto de «Duración» ha sido considerado al tratar de la modibilidad de la función de periodificación contable.

Por último, los supuestos denominados de «Datos de Entrada» y «Materialidad» pueden incluirse en la función que hemos denominado de representación contable. El primero, por cuanto es esta función la que determina los datos de entrada que son significativos, así como el nivel de agregación con que vamos a representar los mismos. El segundo, porque la misma función puede establecer que en algunos casos ciertas transacciones económicas no se representan, bien porque f_c' (ki, kj) = = $\emptyset$, bien porque, aunque no se cumpla esto último,

$$f_V (Ve) = O \quad (21)$$

De los supuestos básicos que nos restan por tratar, existe uno, el número 13, «Realización», que puede considerarse englobado en los siguientes conceptos que hemos manejado:

a) En la función contable de captación de clases económicas, respecto a si una transacción debe afectar a los resultados o al neto de una entidad, a ambos, o a ninguno de ellos. Evidentemente, esto implica que en la estrutura contable categorías que pertenecen a los resultados, al neto, o bien a ninguno de ellos.

b) En la función de periodificación contable, respecto al período en que debe registrarse una transacción (22).

El supuesto noveno, «Agregación», vamos a formularlo aquí de la siguiente manera:

1.° Existe una σ—álgebra que contiene nuestra estructura contable, lo cual viene justificado por el teorema de existencia ya mencionado.

(21) Esto nos permite distinguir las transacciones económicas que la Contabilidad no puede o no quiere captar de aquellas otras que, aunque pueda producirse su representación, su escaso valor e importancia hacen que la misma sea desdeñable.

(22) Algo de esto viene reconocido por Mattessich cuando dice, que el supuesto de «Realización» también sirve de función de periodificación. Vid. «Accounting and...». Op. cit., págs. 43-44.

2.° A cada una de las categorías contables se le puede asignar un par de medidas (μ_D, μ_H), definidas del siguiente modo:

$$\mu_D^S (a_i) = \sum_{t=1}^{S} \sum_{j=1}^{Y} Vji^t$$

$$\mu_H^S (a_i) = \sum_{t=1}^{S} \sum_{j=1}^{Y} Vij^t$$

donde: S ϵ T, es un instante del tiempo y es el total de categorías contables; y Vij^t, es el valor correspondiente a la transacción contable (αi, αj, t, V)

3.°) Sobre los pares así formados (μ_D^S, μ_H^S) se define la siguiente relación de equivalencia:

$$(\mu_D^S, \mu_H^S) \sim (\mu'^S_D, \mu'^S_H) \text{ , si}$$
$$\mu_D^S - \mu_H^S - \mu'^S_D - \mu'^S_H$$

4.°) Las componentes canónicos de estas clases de equivalencia, esto es,

$$(\mu_D^S - \mu_H^S, O) \text{ , si } \mu_D^S > \mu_H^S$$
$$(O, \mu_H^S - \mu_D^S) \quad \text{si } \mu_H^S > \mu_D^S$$

las denominamos *saldos* de las cuentas o categorías contables (23).

Para terminar nuestra exposición, supongamos que existe otro conjunto C' de categorías contables, que pueden pertenecer o no a la entidad que estamos considerando. Si existe una función

$$f : C \times C \times T \times V \rightarrow C' \times C' \times T \times V$$

la denominaremos *función de extensión contable*. Con este nombre recogemos tanto los supuestos básicos de «Distribución» (si la entidad a la cual pertenece el conjunto C' está incluída en la entidad considerada) y «Extensión» en el sentido de consolidación,si sucede al revés), como

(23) Los saldos no son las únicas medidas que podemos obtener, también pueden interesarnos los flujos intraperiódicos, etc.

la existencia de representaciones contables múltiples de una misma realidad, bien sea por motivos de síntesis o por cualquier otra razón, que no viene al caso comentar.

La función de extensión, al igual que hicimos con la de representación contable, puede descomponerse en las correspondientes funciones de captación periodificación y valoración. El proceso puede continuarse, entonces, hasta donde se desee.

4.— *CONCLUSION*

Si la Contabilidad tiene por objeto la medición de realidades económicas, ¿Es posible, entonces, formalizar este proceso de medida en términos matemáticos, evitando en lo posible la formulación puramente semántica de hipótesis, cuando existen —o pueden existir— conceptos de naturaleza formal, usados con éxito en otros campos científicos?

Nosotros creemos que sí, y para mostrarlo hemos querido presentar las posibilidades que la Teoría de la medida puede tener en la formulación axiomática del proceso de medición que realiza la Ciencia Contable. Al hacerlo así, hemos asignado el título de funciones medibles a aspectos que se encuentran en la esencia misma de la Contabilidad: Captación, valoración, periodificación, representación y extensión, cuyo tratamiento axiomático ha sido en buena parte una descripción semántica de hipótesis, alternativa, sin que se haya especificado la esencia formal subyacente enlas mismas.

La finalidad de todo el proceso no puede ser otra que la obtención de un conjunto de medidas con las cuales podamos contrastar el poder explicativo de nuestro modelo. En este sentido, damos una nueva interpretación al concepto de saldo, como componente canónico de una clase de equivalencia definida sobre un par de medidas.

APENDICE: NOTA ACERCA DE LA ESTRUCTURA MATEMATICA DEL PLAN DE CUENTAS

Como anunciamos en la Introducción, no queremos terminar nuestro trabajo sin referirnos a la cuestión que fue la base de partida del mismo: ¿Es el Plan de Cuentas un espacio topológico, tal y como lo define Mattessich, definición que han recogido también otros autores? (24)

Nuestra conclusión es clara: todo lo más que puede decirse del Plan de Cuentas es que es una *clase,* tal y como hemos definido anteriormente este concepto. Podemos asegurar que sobre esta clase puede definirse tanto una topología como una σ — álgebra que la contenga.(25) Ahora bien, esto no nos autoriza en absoluto a afirmar que el Plan posea en general, alguna de las estructuras matemáticas mencionadas.

En todo caso, la estructura de espacio topológico no es la más apropiada.

Esta es demasiado amplia y necesita completarse con aspectos tales como distancia (espacio métrico), norma (espacio normado), medida (espacio medible) etc. Concretamente, no nos enmarca de manera adecuada los aspectos medidores del plan, en su doble captación de clases y relaciones económicas. Por este motivo, nos inclinamos por la estructura de σ — álgebra, incluída en la anterior, cuya operatividad queda expuesta al considerar el importante papel que juega en la Teoría de la Medida, de la cual es uno de sus conceptos más básicos.

A la hora de asignar una estructura matemática al Plan de Cuentas debe considerarse que éste puede definirse en dos sentidos distintos, aunque relacionados entre sí.(26) Por un lado, tenemos *su con-*

---

(24) Vid.
Mattessich, R.: «Acoounting and...». Op. cit., página 453. Bueno Campos, E. J.: «Análisis Conceptual de la Planificación Contable (y II)», R.E.F. y C. Mayo-Agosto, 1972, págs. 219-158.
García, Moisés. «Modernas Tendencias Metodológicas en Contabilidad», R.E.F. y C. Enero-Abril, 1972, págs. 23-44.

(25) Al igual que sucedía para el σ– álgebra, dada una clase cualquiera, siempre existe al menos una topología que la contenga.

(26) Vid. Calafell Castelló, A.: «El Plan General...». Op. cit., págs. 141-143.

cepción en sentido estricto, como lista de todas las cuentas, la cual irá normalmente acompañada por un conjunto de definiciones —el «diccionario» del plan— explicativas del significado de cada una de dichas cuentas. Gran parte de esta semántica del Plan tiene un sentido paradigmático o convencional, ya que está basada en un lenguaje elaborado por la propia práctica contable a lo largo del tiempo, sobre èl cual se ha manifestado un amplio grado de conformidad —cuando no de conformismo— sin que muchas veces se haya visto sometido a la crítica constructiva, tanto de su consistencia lógica como de su aproximación a la realidad económica que intenta traducir.(27)

Por otro lado, el Plan de Cuentas puede considerarse *como un conjunto de relaciones entre las cuentas que lo constituyen,* tanto en su consideración D → H como en su consideración H → D, que no son más que dos formas alternativas de observar el mismo fenómeno circulatorio, como ha expuesto el profesor Calafell. Como hemos dicho, este segundo significado del Plan de Cuentas no es independiente del anterior, como tampoco lo es su semántica.

Precisamente, puede verse en R. Mattessich una evolución del primero al segundo significado en su formulación axiomática al referirse al postulado básico de *«Estructura».* En efecto, en su primera obra éste venía enunciado así:

«Existe un conjunto estructurado de clases que refleja, categorías significativas de una entidad.(28)

A este conjunto estructurado de clases lo denomina el autor Plan de Cuentas lo cual evidenciaba una cierta circularidad con otro postulado básico: *«Clasificació».* Este lo enunciaba: «Existe un conjunto de hipótesis que permiten establecer un plan de cuentas».(29)

Sin embargo en su formulación posterior el primer postulado ha evolucionado hacia el segundo significado antes aludido, ya que se enuncia como:

«Existe un *conjunto de relaciones* denominado estructura de la unidad»(30)

Aunque se dice que esta estructura está representada por un sistema jerarquizado de clases (cuentas), lo cierto es, que un conjunto de relaciones definidas sobre un cierto conjunto no puede estar representado por un sistema de clases, sino por un subconjunto del producto cartesiano de dicho sistema consigo mismo.

Con estas ideas previas, podemos empezar a considerar la respuesta a nuestra pregunta inicial. Para ello empecemos por recordar el concepto matemático de espacio topológico.(31)

Sea C un conjunto cualquiera. Se llama topología en C a todo sistema ζ de subconjuntos S de C que verifica:

1.º) $\varnothing, C \in \zeta$

2.º) $\bigvee_{i=1} S_i \in \zeta, \forall n$

3.º) $\bigcap_{i=1}^{n} S_i \in \zeta, \forall n$ finito

El conjunto C junto con la topología ζ definida en él se denomina *«espacio topológico»* (C,ζ).

En este sentido, Mattessich dice que un Plan de Cuentas es un espacio topológico definido en el conjunto de cuentas de orden inferior, L, siempre que dicho espacio sea isomórfico a un conjunto de transactores relevantes para la entidad en cuestión.(32)

Esta definición viene ilustrada por un sencillo ejemplo, que, desde luego, cumple las condiciones matemáticas citadas; y después se asegura la validez de la definición para estructuras más complejas.

(27) Vid. Cañibano, L.: «Teoría Actual...». Op. cit., págs. 239-241.

(28) Mattessich, R.: «Accounting...». Op. cit., pág. 33.

(29) Ibid, pág. 44.

(30) Mattessich, R.: «Recent Improvements...». Op. cit., pág. 450 de la versión española.

(31) Vid. Kolmogorov y Fomin. Op. cit., páginas 89-90.

(32) Mattessich, R.: «Acoounting and...». Op. cit., págs. 453.

Ahora bien, esto último no es, en general, cierto. Si el ejemplo propuesto por Mattessich (33) cumple tales propiedades se debe a que en él no hace sino clasificar dicotómicamente las cuentas de orden inferior. Aunque los distintos planes de cuentas llevan implícita alguna de estas clasificaciones (Cuentas de Activo - Cuentas de Pasivo; Cuentas de Balance - Cuentas de Gestión; Contabilidad General - Contabilidad Analítica, etc.), lo cierto es que ningún plan se limita a una clasificación tan simple y con un sólo nivel de jerarquía, como sucede en el ejemplo, sino que introduce varias categorías, con distintos escalones jerárquicos entre ellas.

Para ilustrar de una manera gráfica estas reflexiones proponemos el siguiente ejemplo, similar al de Mattessich, pero con tres cuentas de primer orden, cada una de ellas con varias de segundo orden, y éstas con otras de tercer orden.

En este caso el conjunto L de cuentas de orden inferior es:

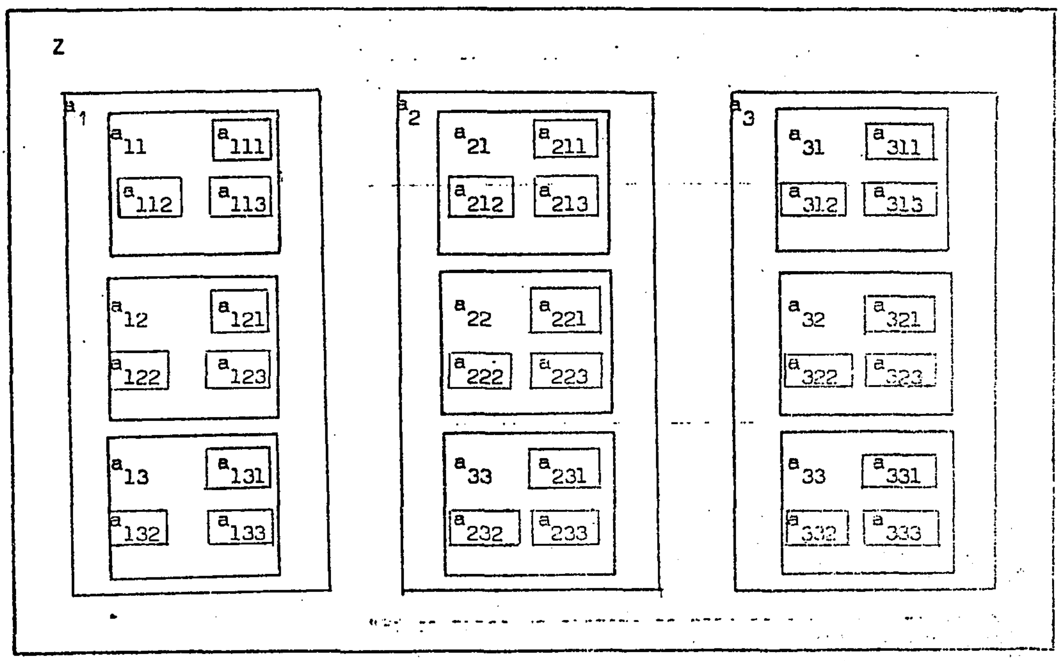
$$L = \{\alpha_{111}, \alpha_{112} —, \alpha_{332}, \alpha_{333}\}$$

Y puede comprobarse facilmente que el plan de cuentas formado por:

$$Z = \{ L, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_{11}, \alpha_{12}, \alpha_{13}, \alpha_{21}, \alpha_{22}, \alpha_{23}, \alpha_{31}, \alpha_{32}, \alpha_{33}, \varnothing \}$$

no es una topología. En efecto, si centramos nuestra atención en la segunda de las propiedades citadas, vemos que, por ejemplo, las siguientes uniones no pertenecen a ζ:

$$\alpha_1 \cup \alpha_2$$
$$\alpha_{21} \cup \alpha_{22}$$
$$\alpha_{13} \cup \alpha_{22} \cup \alpha_{31}$$



(33) **Ibid. págs. 453-454.**

Una consideración análoga puede hacerse respecto al significado del Plan de Cuentas como conjunto de relaciones. Si ζ no es una topología, en general tampoco lo es el producto cartesiano $\zeta \times \zeta$.

Por consiguiente, todo lo que puede decirse con carácter general acerca de la estructura matemática del Plan de Cuentas, entendido como lista de todas ellas, es que es un subconjunto del conjunto P(L), conjunto de las partes de L.(34) Precisamente esto es todo lo que, en buena lógica, podemos deducir de la primera definición que Mattessich realiza del Plan de Cuentas, cuando dice en uno de sus apartados que «algunas cuentas son subconjuntos de otras».(35). Evidentemente, esto último puede realizarse de muchas maneras, sin que necesariamente tenga que generarse un espacio topológico.

(34) La consideración del Plan de Cuentas como un subconjunto de P(L) implica la existencia de un preorden basado en la relación de inclusión entre conjuntos, lo cual nos permite representar el Plan de Cuentas como un grafo.
Vid. Bueno Campos, E. J. «Análisis Conceptual...». Op. cit., págs. 251-258.

(35) Mattessich, R.: «Acoounting and...». Op. cit., pág. 452.