REVISTA ESPANOLA DE FINANCIACIÓN Y CONTABILIDAD
Vol. V, n. 16
abril-junio 1976
pp. 137-152

APLICACION DE LA TEORIA LINEAL DE LA CONTABILIDAD AL CALCULO Y CONTROL DE COSTES ORGANICOS

por

Antonio SAINZ FUERTES

Profesor de Economía de la Empresa
de la Universidad Autónoma de Madrid

ARIO

ıtroducción.—2. Clasificación y agrupación de las cuentas.—2.1. Grafo de las interrelacio- contables.—2.2. Tabla de las interrelaciones económicas del modelo.—3. Transacciones ıómico-contables del período.—3.1. Sistemas de ecuaciones de las transacciones de significa- I → D : calculo de la matriz de los coeficientes técnicos de composición.—3.2. Sistema de ones de las transacciones de significación D → H : calculo de la matriz de los coeficientes os de composición.—4. Consecuencias del análisis estructuras de los Costes Orgánicos me- la aplicación de la Teoría Lineal de la Contabilidad.

APLICACION DE LA TEORIA LINEAL DE LA CONTABILIDAD AL CALCULO Y CONTROL DE COSTES ORGANICOS

1. INTRODUCCION

La contabilidad lineal aplicada a la empresa parte de la agregación de las magnitudes económicas homogéneas, ya sean captadas desde sus orígenes o aplicaciones correspondientes, como base para la obtención de unas tablas de flujos. Estas tablas representan sin duda los instrumentos más útiles y fecundos empleados en el análisis económico-contable actual.

A estas tablas de flújos se les añaden los fondos o stocks iniciales y finales del período, obteniéndose de esta forma las tablas completas de las transacciones de flújos y fondos (modelo abierto).

Son, pues, estas tablas de las transacciones las que representan el punto de partida para el cálculo y obtención de los coeficientes de interrelación y el posterior análisis de la actividad económica.

El cálculo de estos coeficientes conforta la aplicación de la ley de proporcionalidad, base de la teoría, y cuyo enunciado es: «entre cada transacción o grupo de ellas y su total de igual naturaleza, existe una determinada ley de proporcionalidad, que puede expresarse por medio de una función lineal, (sin ordenada en el origen) de la forma, $Y = aX$, que constituye el fundamento de la contabilidad funcional. (1)

Como se ha indicado, esta tabla de coeficientes de interrelación o de composición obtenida, constituye pues, la base de cálculo, análisis e información de la actividad económica, sirviendo a su vez como modelo previsional a corto plazo.

La contabilidad de costes encargada de la captación, medición, valoración y representación de las prestaciones internas de la empresa, para optimizar los objetivos de la misma puede ayudarse de la metodología definida por la contabilidad lineal, para penetrar en la composición estructuras del coste de los factores que intervienen en el coste final del producto, así como del análisis de actuación de cada una de las secciones productivas y de servicios que forman parte activa en la obtención del «output».

Nuestro trabajo irá dirigido a los sistemas de costes orgánicos, que serán todos aquellos que tienen en cuenta la estructura orgánica de la empresa, es decir, los que consideran los lugares de trabajo como los que realmente motivan los costes.

La razón que nos inclina de dirigir nuestro trabajo a un sistema de costes orgánicos es fundamentalmente porque pensamos que para que la contabilidad de costes logre ser un instrumento eficaz de control de gestión ha de permitir la comparación periódica de los costes efectivos o reales con aquellos prefijados, es decir, con los standards; por otra parte, el poder definir sencillamente los lugares de costes o lo que es lo mismo las unidades operacionales elementales a las cuales se imputan los costes, lleva consigo el conseguir el objetivo de controlar los costes y así poder identificar de forma inequívoca la responsabilidad personal de los mismos.

Por todos es bien conocido que en las últimas décadas la actividad contable tiende a una constante transformación, desde las épocas en que su actuación se

(1) CALAFELL CASTELLO, Antonio: *Teoría Lineal de la Contabilidad* «apuntes del curso de Doctorado», Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Autónoma de Madrid.

limitaba a una recogida de datos históricos, hasta las que ha empezado a tener conciencia de una dinámica interpretación, análisis y anticipación de los resultados de la gestión empresarial. De aquí que pensemos que la contabilidad de costes debe esforzarse cada vez más en su carácter de instrumento activo para el constante control y medida de la actividad de la empresa. Siendo este marco, uno de los muchos en el que la contribución de la Teoría Lineal de la Contabilidad tiene un papel importante a desempeñar.

2. CLASIFICACION Y AGRUPACION DE LAS CUENTAS

Basándonos en el modelo contable del ámbito interno de un sistema de costes orgánicos, agruparemos los elementos del sistema en cuatro conjuntos de cuentas:

Clases de costes .... conjunto, M_1
Secciones de costes .... conjunto, M_2
Portadores de costes ...... conjunto, M_3
Cuenta de control .... conjunto, M_4

La cuenta de control juega el papel de poder tomar, y a su vez en caso necesario dar, la información que le sea requerida.

2.1. *Grafo de las interrelaciones contables*

Aplicando la misma metodología que nos indica la teoría lineal de la contabilidad, representaremos el grafo de las interrelaciones contables entre todos los elementos que forman parte del modelo de un sistema de costes orgánicos (2). Con lo que obtendremos, el grafo siguiente:

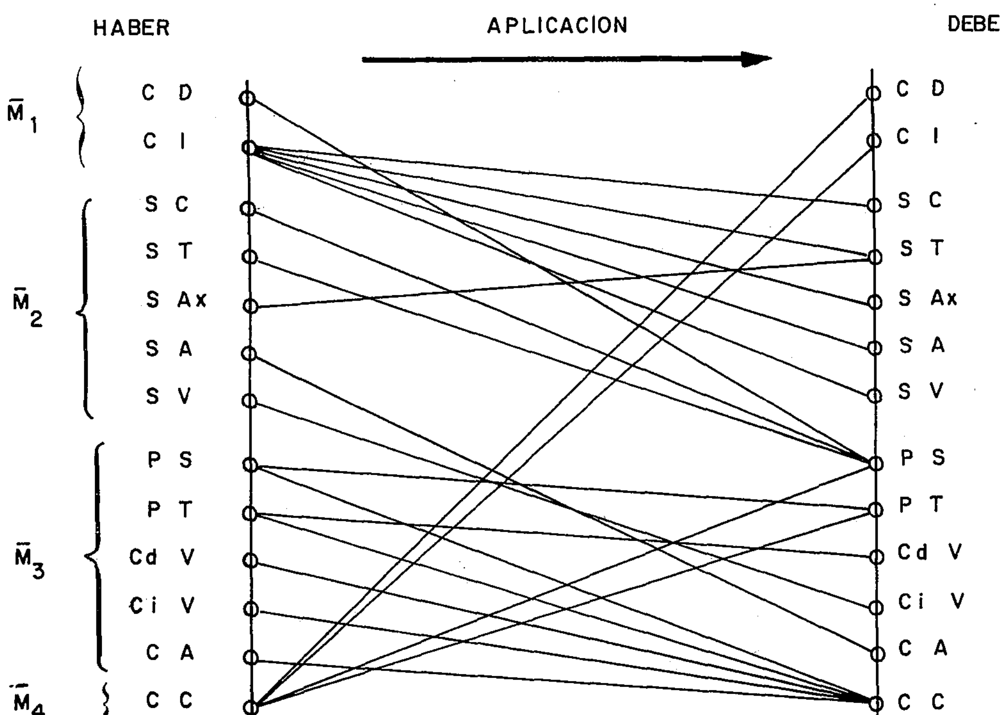

FIGURA 1

(2) CALAFELL, A.: apuntes citados, página 4.

2.2. *Tabla de las interrelaciones económicas del modelo*

Asimismo, para seguir en nuestro análisis, presentaremos de forma abreviada el esquema de la tabla de interrelaciones económicas, que da lugar la aplicación de la teoría lineal de la contabilidad, al modelo de costes orgánicos (fig. 2). Las letras mayúsculas que figuran en la tabla representan las matrices que dan lugar a las distintas clases de transacciones entre las cuentas durante un período, ahora bien, la teoría deja claro que las tablas sucesivas que se pueden obtener en los períodos siguientes, quedan perfectamente enlazadas unas con otras, de tal forma que los fondos o stocks finales de una tabla en el período t, serán los fondos o stocks iniciales en el período siguiente $t + \Delta t$.

3. TRANSACCIONES ECONOMICO-CONTABLES DEL PERIODO

Durante el período en estudio se lleva a cabo una serie de transacciones económico-contables entre los distintos grupos de cuentas que forman el sistema de costes orgánicos. Como ya se indicó anteriormente, los resultados de dichas transacciones quedan reflejados en la tabla de interrelaciones económicas del modelo (fig. 2).

Las transacciones que se llevan a efecto entre las distintas cuentas pueden ser clasificadas atendiendo a su significación en dos clases.

a) Transacciones de significación H⟶ D, en donde cada una de las distintas partes H de las cuentas de los costes interrelacionan con todas las demás partes D de los costes. En este tipo de transacciones se pueden distinguir, como nos indica la teoría lineal de la contabilidad, transacciones intra-sistemas y transacciones inter-sistemas, con las cuentas de costes que forman los flujos o corrientes (3).

b) Transacciones de significación D⟶H, en donde sucede al contrario de las anteriores, pero con las mismas propiedades. Nuestro estudio seguirá analizando primeramente las interrelaciones H⟶D y luego las de significación D⟶H que tienen lugar entre las distintas cuentas de costes, para poder llegar a las consecuencias que se puedan derivar del presente estudio.

En todo el análisis y desarrollo que tiene lugar a continuación trabajaremos e identificaremos las distintas cuentas de la forma siguiente:

Transacciones de significación H⟶D, por la letra i, siendo i = filas.

Transacciones de significación D⟶H, por la letra j, siendo j = columnas.

Como puede comprobarse, el número de filas es igual al número de columnas, por el hecho de enfrentarnos con dos espacios vectoriales de la misma dimensión; luego tanto las i como las j podrán tomar los mismos valores.

3.1. *Sistema de ecuaciones de las transacciones de significación H⟶D: cálculo de la matriz de los coeficientes técnicos de composición*

Los cuatro conjuntos de cuentas que forman el sistema orgánico de costes del modelo son como puede verse en la figura 1, M_1, M_2, M_3, y M_4; ahora bien, como cada uno de estos cuatro conjuntos de cuentas tiene sus respectivos elementos, y cuyo número es distinto, les daremos su dimensión y código que los identifique.

Conjunto de significación H⟶ D de las cuentas de Costes	*Código*	*Dimensión*
Significación H de Clases de Costes	$[M_1^i]^H$;	$i = 1, ..., n$
Significación H de Secciones de Costes ..	$[M_2^i]^H$;	$i = n + 1, ..., m$
Significación H de Portadores de Costes..	$[M_3^i]^H$;	$i = m + 1, ..., r$
Significación H de Control	$[M_4^i]^H$;	$i = r + 1$

(3) CALAFELL, A.: apuntes citados, páginas 8-9.

ESQUEMA DE LAS INTERRELACIONES ECONOMICAS

D / H		CORRIENTES O FLUJOS $\bar{M}_1$	$\bar{M}_2$	$\bar{M}_3$	$\bar{M}_4$	FONDOS O STOCKS $\bar{M}_1$	$\bar{M}_2$	$\bar{M}_3$	$\bar{M}_4$	
CORRIENTES O FLUJOS	$\bar{M}_1$	A	G	I	L	R	X	X	X	n
	$\bar{M}_2$	E	B	J	LL	X	S	X	X	m
	$\bar{M}_3$	X	X	C	M	X	X	T	X	r
	$\bar{M}_4$	F	H	K	D	X	X	X	Q	r+1
FONDOS O STOCKS	$\bar{M}_1$	N	X	X	X					
	$\bar{M}_2$	X	O	X	X					
	$\bar{M}_3$	X	X	P	X					
	$\bar{M}_4$	X	X	X	U					
		n	m	r	r+1					

CORRIENTES { TRANSACCIONES INTRA-SISTEMAS —— (A, B, C, D)
TRANSACCIONES INTER-SISTEMAS —— (E,F,G,H,I,J,K,L,LL,M) }

FONDOS { FONDOS INICIALES —— (N, O, P, Q,)
FONDOS FINALES —— (R,S,T,U) }

FIGURA 2

De forma general, al conjunto total de cuentas que forma el sistema orgánico de costes lo representaremos por:

$$(3.1.1) \quad \overline{M}_K^H = \left\{ M_K^i \right\}^H \quad \text{es decir para} \quad \begin{array}{ll} K=1\,; & i = 1, \ldots, n \\ K=2\,; & i = n+1, \ldots, m \\ K=3\,; & i = m+1, \ldots, r \\ K=4\,; & i = r+1 \end{array}$$
$$K = 1, \ldots, 4$$

Teniendo por ejemplo que para K = 2, la representación completa desarrollada vendrá dada por:

$$(3.1.2) \quad \overline{M}_2^H = \left\{ M_2^{n+1}, M_2^{n+2}, \ldots, M_2^{m-1}, M_2^m \right\}^H = \left\{ M_2^i \right\}^H$$
$$\forall\ i = (n+1, \ldots, m)$$

y así para el resto de los demas conjuntos de significación H, de la cuentas de costes.

Partiendo de la tabla de interrelaciones económicas del sistema figura 2, podemos escribir el sistema de las transacciones de coste de significación H⟶D, cuya representación para mayor comodidad y comprensión se hará en forma matricial, obteniendo el siguiente sistema significativo durante el periodo:

$$(3.1.3) \quad \left\{ \begin{array}{l} \overline{M}_1^H = \overline{A} + \overline{G} + \overline{I} + \overline{L} + \overline{R} \\ \overline{M}_2^H = \overline{E} + \overline{B} + \overline{J} + \overline{LL} + \overline{S} \\ \overline{M}_3^H = \overline{C} + \overline{M} + \overline{T} \\ \overline{M}_4^H = \overline{F} + \overline{H} + \overline{K} + \overline{D} + \overline{Q} \end{array} \right.$$

Analicemos ahora los cuatro sistemas diferenciados que en forma matricial se han representado. Si tenemos en cuenta la ecuación (3.1.1), se tendrá:

$$(3.1.4) \quad \overline{M}_1^H = \left\{ M_1^i \right\}^H_{i=1,\ldots,n} ;\ \overline{M}_2^H = \left\{ M_2^i \right\}^H_{i=n+1,\ldots,m} ;\ \overline{M}_3^H = \left\{ M_3^i \right\}^H_{i=m+1,\ldots,r} \quad \overline{M}_4^H = \left\{ M_4^i \right\}^H_{i=r+1}$$

y entonces a la vista de la (3.1.3), mediante sustitución tendremos:

$$(3.1.5) \quad [M_1^i]^H = \left[\sum_{j=1}^{n} A_j^i + \sum_{j=n+1}^{m} G_j^i + \sum_{j=m+1}^{r} I_j^i + \underset{j=r+1}{L_j^i} + \underset{j=i}{R_j^i} \right] \quad \text{para } i = 1, \ldots, m$$

$$(3.1.6) \quad [M_2^i]^H = \left[\sum_{j=1}^{n} E_j^i + \sum_{j=n+1}^{m} B_j^i + \sum_{j=m+1}^{r} J_j^i + \underset{j=r+1}{LL_j^i} + \underset{j=i}{S_j^i} \right] \quad \text{para } i = n+1, \ldots, m$$

$$(3.1.7) \qquad [M_3^i]^H = \left[\sum_{j=m+1}^{r} C_j^i + \underset{j=r+1}{M_j^i} + \underset{j=i}{T_j^i} \right] \qquad \text{para } i = m+1, \ldots, r$$

$$(3.1.8) \qquad [M_4^i]^H = \left[\sum_{j=1}^{n} F_j^i + \sum_{j=n+1}^{m} H_j^i + \sum_{j=m+1}^{r} K_j^i + \underset{j=r+1}{D_j^i} + Q_j^i \right] \qquad \text{para } i = r+1$$

Pudiéndose llegar todavía a un desarrollo más completo, si identificamos las interrelaciones pertenecientes a cada uno de los cuatro sistemas, obteniéndose en este caso los resultados siguientes.

Transacciones H⟶D, para Clases de Costes:

$$(3.1.9) \qquad \overline{M}_1{}^H \equiv \left\{ \begin{array}{l} M_1^1 = \sum\limits_{j=1}^{n} A_j^1 + \sum\limits_{j=m+1}^{m} G_j^1 + \sum\limits_{j=m+1}^{r} I_j^1 + \underset{j=r+1}{L_j^1} + R_1^1 \\ M_1^2 = \sum\limits_{j=1}^{n} A_j^2 + \sum\limits_{j=n+1}^{m} G_j^2 + \sum\limits_{j=m+1}^{r} I_j^2 + \underset{j=r+1}{L_j^2} + R_2^2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ M_1^n = \sum\limits_{j=1} A_j^n + \sum\limits_{j=n+1} G_j^n + \sum\limits_{j=m+1} I_j^n + \underset{j=r+1}{L_j^n} + R_n^n \end{array} \right.$$

Transacciones H⟶D, para Secciones de Costes:

$$(3.1.10) \qquad \overline{M}_2^H \equiv \left\{ \begin{array}{l} M_2^{n+1} = \sum\limits_{j=1}^{n} E_j^{n+1} + \sum\limits_{j=n+1}^{m} B_j^{n+1} + \sum\limits_{j=m+1}^{r} J_j^{n+1} + \underset{j=r+1}{LL_j^{n+1}} + S_{n+1}^{n+1} \\ M_2^{n+2} = \sum\limits_{j=1}^{n} E_j^{n+2} + \sum\limits_{j=n+1}^{m} B_j^{n+2} + \sum\limits_{j=m+1}^{r} J_j^{n+2} + \underset{j=r+1}{LL_j^{n+2}} + S_{n+2}^{n+2} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ M_2^m = \sum\limits_{j=1}^{n} E^m + \sum\limits_{j=n+1}^{m} B_j^m + \sum\limits_{j=m+1}^{r} J_j^m + \underset{j=r+1}{LL_j^m} + S_m^m \end{array} \right.$$

Transacciones H⟶D, para Portadores de Costes:

$$(3.1.11) \qquad \overline{M}_3^H \equiv \left\{ \begin{array}{l} M_3^{m+1} = \sum\limits_{j=m+1}^{r} C_j^{m+1} + \underset{j=r+1}{M_j^{m+1}} + T_{m+1}^{m+1} \\ M_3^{m+2} = \sum\limits_{j=m+1}^{r} C_j^{m+2} + \underset{j=r+1}{M_j^{m+2}} + T_{m+2}^{m+2} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ M_3^r = \sum\limits_{j=m+1}^{r} C_j^r + \underset{j=r+1}{M_j^r} + T_r^r \end{array} \right.$$

Transacciones H⟶D, para Control:

$$(3.1.12) \quad \overline{M}_4^H \equiv \left\{ M_4^{r+1} = \sum_{j=1}^{n} F_j^{r+1} + \sum_{j=n+1}^{m} H_j^{r+1} + \sum_{j=m+1}^{r} K_j^{r+1} + D_{j=r+1}^{r+1} + Q_{r+1}^{r+1} \right.$$

Como es fácil comprobar, los valores que se obtienen son valores absolutos, pasando a continuación al cálculo de los valores relativos de cada una de las distintas transacciones que intervienen en el modelo.

Estos valores relativos son los llamados coeficientes técnicos de composición, y que vienen definidos en la teoría lineal de contabilidad (4). La notación que seguiremos en el presente trabajo será el de representar los coeficientes técnicos con letras minúsculas, de forma que correspondan a las mayúsculas de las distintas transacciones obtenidas, con lo cual tendremos tantos coeficientes técnicos de composición como elementos tienen las matrices de transacción de los distintos costes, en los sistemas representados por (3.1.3).

Para poder realizar el cálculo de los coeficientes técnicos de composición referente a las transacciones de costes con significación H⟶D, nos ayudaremos de una representación gráfica para una mejor explicación de los pasos que son necesarios dar, con el fin de conseguir el cálculo de los mismos. Todo el proceso puede verse en la figura 3.

(1)

$\dfrac{\overline{A}}{M_1^H}$	...	...	$\dfrac{\overline{L}}{M_1^H}$
...	...	...	...
X	X	...	...
...	...	...	...

⇒

(2)

$\dfrac{[A_j^i]_{j=1,\dots,n}}{[M_1^i]^H_{i=1,\dots,n}}$	...	...	$\dfrac{[L_j^i]_{j=r+1}}{[M_1^i]^H_{i=1,\dots,n}}$
...	...	...	...
X	X	...	...
...	...	...	...

⇓

(3)

$[\bar{a}_{ij}]$	$[\bar{g}_{ij}]$	$[\bar{y}_{ij}]$	$[\bar{l}_{ij}]$
$[\bar{e}_{ij}]$	$[\bar{b}_{ij}]$	$[\bar{J}_{ij}]$	$[\bar{ll}_{ij}]$
X	X	$[\bar{c}_{ij}]$	$[\bar{m}_{ij}]$
$[\bar{f}_{ij}]$	$[\bar{h}_{ij}]$	$[\bar{q}_{ij}]$	$[\bar{d}_{ij}]$

Figura 3

Es decir, que partiendo de la matriz (1), que se obtiene como ya se ha indicado de los sistemas (3.1.3), pero con la salvedad de que no intervienen los fondos o stocks, pasamos a la matriz (2), particularizando para cada uno de los valores, y de ésta, por último, a la (3), donde, como puede verse,

(4) A. Calafell Castelló, apuntos citados, páginas 6 y 7.

es una matriz formada por sub-matrices de los distintos coeficientes técnicos.

Estos coeficientes técnicos de composición son los valores relativos, en tanto por uno (esto quiere decir que podrán tomar valores comprendidos entre 0 y 1), que toman las distintas transacciones de significación H⟶D, de las distintas cuentas de costes que forman parte en el modelo.

La teoría lineal de la contabilidad nos relaciona todos los coeficientes técnicos de cada fila i, es decir, de los coeficientes que se obtienen de las transacciones efectuadas entre cada parte H de las cuentas, con las de significación D⟶H, mediante la suma de todos los coeficientes de cada fila, ya obtenidos.

En efecto, como se tiene que, según hemos obtenido en la figura 3, un coeficiente cualquiera a_{ij} W, nos viene dado por:

$$(3.1.13) \qquad a_{ij} = \frac{A_j^i}{[M_1^i]^H} \qquad \forall j = 1, ..., n \qquad i = 1, ..., n$$

Este nos permite poner todos los valores de las transacciones en función de los coeficientes técnicos de composición:

$$(3.1.14) \qquad \left\{ A_j^i = a_{ij} [M_1^i]^H \right\}_{j=1,...,n} \qquad \forall i = 1, ..., n$$

Por lo tanto, si sustituimos cada una de las expresiones que se pueden obtener de la forma anteriormente indicada (3.1.14), en los diferentes sistemas (3.1.9), (3.1.10) y (3.1.11), tendremos éstos en su nueva configuración, función de los coeficientes técnicos de composición.

$$(3.1.15) \qquad [M_1^i]^H = \left[\left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij} + \sum_{j=n+1}^{m} g_{ij} + \sum_{j=m+1}^{r} y_{ij} + l_{ij}{}_{j=r+1} \right) [M_1^i]^H + R_{j=i}^i \right]$$

$$\forall i = 1, ..., n$$

$$(3.1.16) \qquad [M_2^i]^H = \left[\left(\sum_{j=1}^{n} e_{ij} + \sum_{j=n+1}^{m} b_{ij} + \sum_{j=m+1}^{r} J_{ij} + ll_{ij}{}_{j=r+1} \right) [M_2^i]^H + S_{j=i}^i \right]$$

$$\forall i = n + 1, ..., m$$

$$(3.1.17) \qquad [M_3^i]^H = \left[\left(\sum_{j=m+1}^{r} c_{ij} + m_{ij}{}_{j=r+1} \right) [M_3^i]^H + T_{i=j}^i \right]$$

$$\forall i = m + 1, ..., r$$

$$(3.1.18) \qquad [M_4^i]^H = \left[\left(\sum_{j=1}^{n} f_{ij} + \sum_{j=n+1}^{m} h_{ij} + \sum_{j=m+1}^{r} q_{ij} + d_{ij}{}_{j=r+1} \right) [M_4^i]^H + Q_{j=i}^i \right]$$

$$\forall i = r + 1$$

Como puede comprobarse, lo que se obtiene son unos sistemas de ecuaciones en donde los coeficientes, que son las expresiones cerradas entre los paréntesis, es la suma de todos los coeficientes técnicos de cada fila, para cada parte H del conjunto de cuentas del sistema de costes.

A estos coeficientes, que no son otros que los coeficientes de interrelación para cada transacción de significación $H \longrightarrow D$, los expresaremos mediante la notación β_{ij}. Si esta notación la sustituimos en los sistemas (3.1.15), (3.1.16), (3.1.17) y (3.1.18), nos quedan de la forma:

$$(3.1.19) \quad [M_1^i]^H = [\beta_{ij}\,[M_1^i]^H] + [R_j^i] \qquad \forall i = 1, ..., n$$

$$(3.1.20) \quad [M_2^i]^H = [\beta_{ij}\,[M_2^i]^H] + [S_j^i] \qquad \forall i = n+1, ..., n$$

$$(3.1.21) \quad [M_3^i]^H = [\beta_{ij}\,[M_3^i]^H] + [T_j^i] \qquad \forall i = m+1, ..., r$$

$$(3.1.22) \quad [M_4^i]^H = [\beta_{ij}\,[M_4^i]^H] + [Q_j^i] \qquad i = r+1$$

Donde, además, si se desarrollan estos sistemas, se comprobará fácilmente que todos los valores de β_{ij}, para los cuales $i \neq j$, son $\beta_{ij} = 0$, y sólo tienen valores iguales o mayores que cero los β_{ij}, para $i = j$, es decir, los paréntesis o coeficientes de las ecuaciones (3.1.15), (3.1.16), (3.1.17) y (3.1.18), que tienen por valor:

$$(3.1.23) \quad [\beta_{ij}]_{i=j} = \left[\left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij} + \sum_{j=n+1}^{m} g_{ij} + \sum_{j=m+1}^{r} y_{ij} + l_{ij}{}_{j=r+1}\right)\right] \qquad \forall i = 1, ..., n$$

$$(3.1.24) \quad [\beta_{ij}]_{i=j} = \left[\left(\sum_{j=1}^{n} e_{ij} + \sum_{j=n+1}^{m} b_{ij} + \sum_{j=m+1}^{r} J_{ij} + ll_{ij}{}_{j=r+1}\right)\right] \qquad \forall i = n+1, ..., m$$

$$(3.1.25) \quad [\beta_{ij}]_{i=j} = \left[\left(\sum_{j=m+1}^{r} c_{ij} + m_{ij}{}_{j=r+1}\right)\right] \qquad \forall i = m+1, ..., r$$

$$(3.1.26) \quad [\beta_{ij}]_{i=j} = \left[\left(\sum_{j=1}^{n} f_{ij} + \sum_{j=n+1}^{m} h_{ij} + \sum_{j=m+1}^{r} q_{ij} + d_{ij}{}_{j=r+1}\right)\right] \qquad i = r+1$$

Si ahora, pasamos en los sistemas de ecuaciones (3.1.19) al (3.1.22), a la derecha los términos en $[\overline{M}_k^i]^H$, y sacamos factor común, obtendremos los sistemas de ecuaciones en forma vectorial, como acontinuación se indica:

$$(3.1.27) \quad (\overline{I} - [\beta_{ij}]_{i=j})\,[\overline{M}_1^i]^H = [\overline{R}_j^i] \qquad \forall i = 1, ..., n$$

$$(3.1.28) \quad (\overline{I} - [\beta_{ij}]_{i=j})\,[\overline{M}_2^i]^H = [\overline{S}_j^i] \qquad \forall i = n+1, ..., m$$

$$(3.1.29) \quad (\overline{I} - [\beta_{ij}]_{i=j})\,[\overline{M}_3^i]^H = [\overline{T}_j^i] \qquad \forall i = m+1, ..., r$$

$$(3.1.30) \quad (\overline{I} - [\beta_{ij}]_{i=j})\,[\overline{M}_4^i]^H = [\overline{Q}_j^i] \qquad i = r+1$$

Nótese, que, efectivamente, $\underset{k=1,\ldots,4}{[\overline{M}_k^i]^H}$ es un vector de componentes

(3.1.31) $\underset{k=1,\ldots,4}{[\overline{M}_k^i]^H} = (M_1^1, M_1^2, \ldots, M_1^n; M_2^{n+1}, \ldots, M_2^m; M_3^{m+1}, \ldots, M_3^r; M_4^{r+1})$

Así como también son vectores los $[\overline{R}_j^i]$; $[\overline{S}_j^i]$; $[\overline{T}_j^i]$; $[\overline{Q}_j^i]$,

obteniéndose las componentes de estos vectores, de la misma forma que en (3.1.31). De forma general, podemos representar los cuatro sistemas anteriores por uno solo, es decir, tendríamos:

(3.1.33) $[\overline{I} - \overline{\beta}]\,[\overline{M}_k^i]^H = [\overline{Y}_j^i]^H \qquad \forall i = 1, \ldots, n, \ldots, m, r, r+1$

o de la forma $[\overline{I} - \overline{\beta}]\overline{M}^H = \overline{Y}^H$; donde hemos sustituido, $\overline{M}^H = [M_k^i]^H$ y $[\overline{Y}_j^i] = \overline{Y}^H$.

En otras palabras, tenemos la representación vectorial de todas la transacciones de significación H⟶ D.

Para poder realizar el cálculo de las transacciones de significación, tendremos que despejar de la ecuación (3.1.33) el vector $\overline{M}^H$, cuyas componentes son precisamente las incógnitas que intentamos calcular.

(3.1.34) $\overline{M}^H = [\overline{I} - \overline{\beta}]^{-1}\,\overline{Y}^H$

Ahora, al objeto de poder sacar algunas consecuencias que nos serán necesarias posteriormente en nuestro estudio, analizaremos la ecuación vectorial anterior. En ella $\overline{\beta}$, matriz de los coeficientes de interrelación, es una matriz cuadrada y diagonal, pues, como se vio en (3.1.23) al (3.1.26), todos los términos β_{ij} para $i \neq j$ son cero, teniendo tan sólo significación para $i = j$, siendo, por lo tanto, una matriz del tipo:

(3.1.35) $$\overline{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_{11} & 0 \cdots\cdots & 0 \\ 0 & \beta_{22} \cdots\cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 \cdots\cdots & 0 \cdots\cdots & \beta_{r+1,r+1} \end{bmatrix}$$

en donde los β_{ij} sólo tomarán valores comprendidos entre 0 y 1, por lo que al calcular la matriz inversa $[I - \beta]^{-1}$, obtendremos una matriz que llamaremos $\overline{\Omega}$, es decir, que para las transacciones de significación H ⟶ D, se tendrá:

(3.1.36) $\overline{\Omega}^H = [\overline{I} - \overline{\beta}]^{-1}$

La matriz $\overline{\Omega}$, será al igual que la β, cuadrada y, excepto la diagonal principal, todos los demás elementos $[\Omega_{ij}]$ para $i \neq j$ ceros. Por otra parte, los valores posibles de las Ω_{ij}, estarán comprendidos entre 1 y ∞, ya que es fácil ver que para cualquier elemento, se tiene:

$$\Omega_{ii} = \frac{1}{1 - \beta_{ii}},$$

por lo que se pueden sacar dos consecuencias.

a) Si, $\beta_{ii} = 0 \Rightarrow \Omega_{ii} = 1$

y la respectiva transacción

$$X^H = \frac{1}{1 - \beta_{ii}}\,Y^H,$$

será $X^H = Y^H$, lo que, como nos indica (5), en la contabilidad del período no ha habido transacción.

b) Si, $\beta_{ii} = 1 \Rightarrow \Omega_{ii} = \infty$

lo que sucedería siempre que no hubiera fondos o stocks.

Con el fin de eliminar la dificultad que nos supone la consecuencia b), es decir,

(5) A. CALAFELL, apuntes citados, pág. 15.

que carece de significación la transacción realizada, siempre se puede considerar que hay una cantidad inicial «ε», tan pequeña como se quiera, con lo cual β_{ii} nunca podría llegar a valer $\beta_{ii} = 1$, ya que como mucho tomaría el valor $\beta_{ii} = 1 - \varepsilon$ y siempre sería $\beta_{ii} < 1$.

Debe ponerse de manifiesto que la cantidad inicial «ε» no tendra en la realidad ningún significado económico-contable, tan sólo numérico. Por otra parte, como dijimos que, en la teoría lineal de la contabilidad, los fondos finales de una tabla son los fondos iniciales de la siguiente, se arrastrará el valor de «ε» de una tabla a otra, sin influir cuantitativamente en nuestros resultados.

Así pues, introduciendo la notación de la ecuación (3.1.36) en la ecuación vectorial (3.1.34), quedándonos la nueva ecuación:

$$\text{(3.1.37)} \quad \overline{M}^H = [\overline{\Omega}^H]\,\overline{Y}^H$$

3.2. Sistema de ecuaciones de las transacciones de significación D ⟶ H: cálculo de la matriz de los coeficientes técnicos de composición.

Las transacciones de significación D ⟶ H, que tienen lugar entre las distintas cuentas de costes que forman el sistema orgánico que estamos estudiando, tendrán la misma dimensión que las transacciones de significación H ⟶ D, por lo que, de la misma forma que en el apartado 3.1., se podrán codificar de la siguiente manera:

	CODIGO		DIMENSION
Significación D de Clases de Costes	$[M_1^j]^D$	;	$j = 1, ..., n$
Significación D de Secciones de Costes	$[M_2^j]^D$	;	$j = n + 1, ..., m$
Significación D de Portadores de Costes............	$[M_3^j]^D$	;	$j = m + 1, ..., r$
Significación D de Control	$[M_4^j]^D$	;	$j = r + 1$

Estos cuatro conjuntos podrán ser representados en forma general por:

$$\text{(3.2.1)} \quad \overline{M}_k^D = \underset{k=1,\ldots,4}{[M_k^j]^D} \quad \text{es decir para} \quad \left\{ \begin{array}{l} k=1 \rightarrow j = 1, ..., n \\ k=2;\ \ j = n+1, ..., m \\ k=3;\ \ j = m+1, ..., r \\ k=4;\ \ j = r+1 \end{array} \right.$$

Si ahora nos fijamos en la tabla de interrelaciones económicas de la figura 2, podremos escribir los sistemas de las transacciones de coste con significación D ⟶ H. En efecto, se tendrá:

$$\text{(3.2.2)} \quad \left\{ \begin{array}{l} \overline{M}_1^D = \overline{A} + \overline{E} + \overline{F} + \overline{N} \\ \overline{M}_2^D = \overline{G} + \overline{B} + \overline{H} + \overline{O} \\ \overline{M}_3^D = \overline{I} + \overline{J} + \overline{C} + \overline{K} + \overline{P} \\ \overline{M}_4^D = \overline{L} + \overline{LL} + \overline{M} + \overline{D} + \overline{U} \end{array} \right.$$

De estas últimas ecuaciones obtendremos sistemas semejantes a los obtenidos en (3.1.5.) al (3.1.8), es decir:

$$(3.2.3)\qquad \begin{aligned}
[M_1^j]^D &= \left[\sum_{i=1}^{n} A_j^i + \sum_{i=n+1}^{m} E_j^i + \underset{i=r+1}{F_j^i} + \underset{i=j}{N_j^i}\right] && \forall j = 1, \ldots, n\\
[M_2^j]^D &= \left[\sum_{i=1}^{n} G_j^i + \sum_{i=n+1}^{m} B_j^i + \underset{i=r+1}{H_j^i} + \underset{i=j}{O_j^i}\right] && \forall j = n+1, \ldots, m\\
[M_3^j]^D &= \left[\sum_{i=1}^{n} I_j^i + \sum_{i=n+1}^{m} J_j^i + \sum_{i=m+1}^{r} C_j^i + \underset{i=r+1}{K_j^i} + \underset{i=j}{P_j^i}\right] && \forall j = m+1, \ldots, r\\
[M_4^j]^D &= \left[\sum_{i=1}^{n} L_j^i + \sum_{i=n+1}^{m} LL_j^i + \sum_{i=m+1}^{r} M_j^i + \underset{i=r+1}{D_j^i} + \underset{i=j}{U_j^i}\right. && j = r+1
\end{aligned}$$

Para el cálculo de los coeficientes técnicos de composición referente a las transacciones de significación D ⟶ H, se hará igual que para la de H ⟶ D, obteniéndose una matriz de coeficientes semejantes a la calculada en la figura 3, es decir que la matriz $[\bar{e}_{ij}]$, se obtendrá por el mismo proceso:

$$(3.2.4)\qquad \left[\frac{\bar{E}}{\bar{M}_1^D} \longrightarrow \frac{[E_j^i]_{i=n+1,\ldots,m}}{\underset{j=1,\ldots,n}{[M_1^j]^D}}\right] \longrightarrow [\bar{e}_{ij}]$$

Una vez sustituidos los valores de las transacciones de las cuentas, en función de sus valores relativos en las ecuaciones (3.2.3), obtendremos unos nuevos coeficientes en los sistemas que nos resulten. A estos nuevos coeficientes los representaremos por α_{ij}, dando lugar a una matriz α que tendrá las mismas propiedades que la β.

Se llegará, pues, a un sistema de ecuaciones, que, en su forma vectorial, vendrá representado por:

$$(3.2.5)\qquad \bar{M}^D = [\bar{I} - \bar{\alpha}]^{-1}\, \bar{Y}^D$$

Al resolver el cálculo de la matriz inversa $[\bar{I} - \bar{\alpha}]^{-1}$, a que da lugar, tendremos otra matriz representada por Ω^D, con lo que la ecuación vectorial (3.2.5.), será:

$$(3.2.6)\qquad \bar{M}^D = [\bar{\Omega}^D]\, \bar{Y}^D$$

Para evitar que los valores de la matriz se hagan igual a ∞, cuando los respectivos valores de la matriz de coeficientes de interrelación son $\alpha_{ii} = 1$, con lo cual los fondos son nulos, les sumaremos un «ε» tan pequeño como queramos, de forma que siempre $\alpha_{ii} < 1$.

4. *Consecuencias del análisis estructural de los Costes Orgánicos mediante la aplicación de la teoría lineal de la contabilidad*

En los apartados anteriores de este trabajo se ha hecho un análisis de cómo formar unos sistemas de ecuaciones lineales, con las cuentas que forman parte de un sistema de costes orgánicos, así mismo hemos visto como, tanto en las transacciones de significación H ⟶ D, como las de D ⟶ H, se obtenían unas matrices de coeficientes de interrelación β y α.

Por otra parte, estas matrices, mediante los cálculos adecuados, nos daban lugar a su vez a las Ω^H y Ω^D.

Así, pues, los dos sistemas integrados de ecuaciones de las transacciones, que se llevan a cabo durante el período, resultaban ser:

$$(4.1)\qquad \begin{aligned} \bar{M}^H &= [\bar{\Omega}^H]\, \bar{Y}^H \\ \bar{M}^D &= [\bar{\Omega}^D]\, \bar{Y}^D \end{aligned}$$

La representación geométrica de estos dos sistemas, conociendo sus límites de existencia, es decir, en base a las matrices $\bar{\Omega}$ calculadas, nos permitirá sacar algunas consecuencias que consideramos de interés.

Los vectores $\bar{M}^H$ y $\bar{M}^D$, son los valores de las transacciones de las distintas cuentas de costes, tal y como se ha dicho, y los vectores Y^H y Y^D los fondos iniciales y finales de estas cuentas. Si tomamos los sistemas (4.1), vemos que éstos son unos haces de rectas sin coordenadas en el origen. Como por otra parte los valores de $\bar{\Omega}$, varían entre 1 y ∞, tenemos sin dificultad el campo de variación, cuya representación puede verse en las figuras 4 y 5.

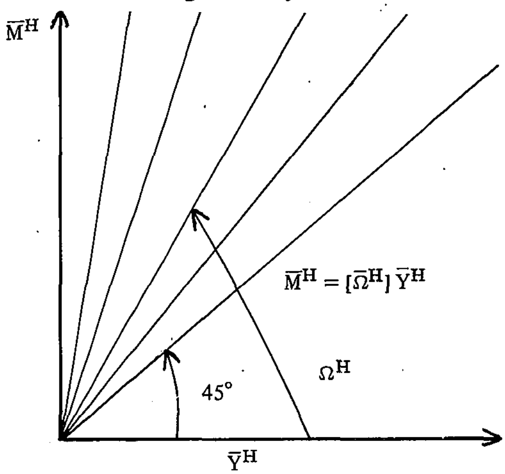

Figura 4

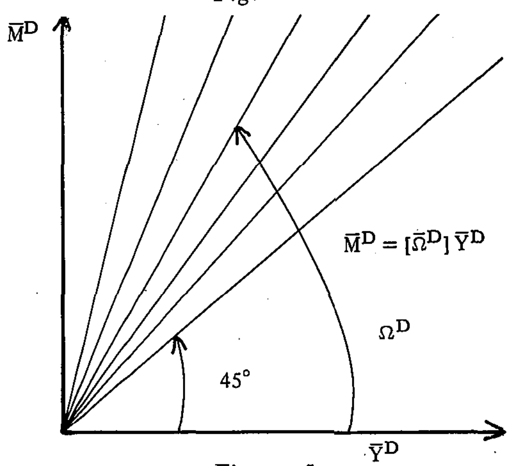

Figura 5

Si ahora superponemos las dos figuras anteriores, obtendremos la configuración del sistema de costes orgánicos, tal y como nos indica la figura 6.

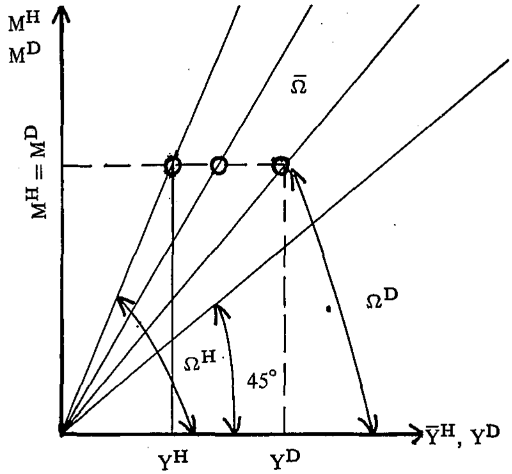

Figura 6

Teniendo en cuenta la dinámica de la empresa y, por tanto, las variaciones que se producen en todo sistema de costes de la misma, la aplicación de la teoría lineal de la contabilidad, que nos permite calcular la matriz $\bar{\Omega}$, puede ser de gran utilidad para optimizar precisamente esa dinámica y ese sistema de costes. Pues debemos darnos cuenta que, precisamente, la matriz $\bar{\Omega}$, es la matriz pendiente del sistema con lo cual nosotros podemos controlar la dinámica del mismo.

Somos conscientes de las dificultades que entraña el situar al sistema de costes en la pendiente óptima, pero lo que no cabe duda es que con aplicación de esta teoría podemos conocer las desviaciones que se producen y dónde se producen, con lo cual podremos actuar de forma rápida sobre los elementos del sistema.

Para potenciar todavía más la posibles ventajas que pueden obtenerse de la aplicación de la teoría lineal de la contabilidad a un sistema de costes orgánico, nos es suficiente el hablar en términos de programación lineal, para darnos cuenta de la proyección que el empleo de estas técnicas puedan tener, al trabajar con un mismo lenguaje.