

LA FORMACION DE "QUORUMS" EN UN SISTEMA
DE COMISION *

por
L.S. SHAPLEY y Martín SHUBIK
Princeton University

* Traducción del artículo en inglés: "A Method for the Evaluation of the Authority's Distribution in a Commission System".

En el siguiente artículo ofrecemos un método para la evaluación *a priori* de la división del poder a través de varios cuerpos y miembros de una legislatura o sistema de comité. El método está basado en una técnica de la teoría matemática de juegos, aplicada a lo que es conocido como "juegos simples" y "juegos mixtos" (1).

Aplicaremos esto a un número de casos ilustrativos, incluyendo el Congreso de los Estados Unidos, y discutiremos algunas de sus *propiedades formales*.

La designación del tamaño y tipo de un cuerpo legislativo es un proceso que puede continuar muchos años, con frecuentes revisiones y modificaciones dirigidas a reflejar cambios en la estructura social del campo; podemos citar la Casa de los Lorens en Inglaterra como ejemplo. El efecto de una revisión usualmente no puede ser medido con anterioridad; puede pasar fácilmente que la estructura matemática de un sistema de votos oculte un sesgo en la distribución del poder no sospechado *a priori* por los autores de la revisión. ¿Cómo, por ejemplo, predecir el grado de protección que un sistema propuesto produce al mínimo interés? ¿Puedo ser encontrado un criterio inconsciente de "representación justa"? (2). Es difícil siempre describir la cadena de efectos de un sistema de doble representación tal como en el Congreso U.S. —p. ej. por Estados y por población— sin procurar deducirlo *a priori*. El método de medir el "poder" que presentamos en este artículo es un primer peldaño en el estudio de estos problemas.

Nuestra definición de poder de un miembro individual depende de la probabilidad que tiene de ser influyente en el éxito de una coalición vencedora. Es fácil de ver, por ejemplo, que el presidente de un tribunal consistente en un número par de miembros (incluido el mismo) no tiene poder si está permitido votar sólo para romper los lazos. Por supuesto él debe tener prestigio e influencia moral, y conseguirá probablemente siempre votar cuando alguien no esté presente. Sin embargo, en el modelo restringido y abstracto del tribunal, está sin poder. Si el

tribunal consiste en un número impar de miembros, él tiene exactamente el mismo poder que un miembro ordinario, porque su voto es "pivotal" y tan fuerte como el voto de cualquier otro miembro. Es cierto que no debe dar su voto con tanta frecuencia como los demás, pues no es muy necesario para asegurar la victoria (quizás útil para publicidad u otros propósitos). Si una coalición tiene la mayoría, los votos extra no cambian el resultado. Para cualquier votación, sólo es necesaria una coalición mínima vencedora.

Dicho en términos económicos imperfectos, lo significado arriba es que si los votos de senadores se pudieran vender, podrían comprarse noventa de ellos, pero el valor del mercado para cincuenta (para el mismo comprador) sería cero. Es posible comprar votos en más corporaciones por el stock común de compras. Sus decisiones están completamente controladas por simple mayoría de votos, luego no se puede ganar más poder una vez adquirida una porción superior al 50 por 100 (3).

Vamos a considerar el siguiente esquema: hay un grupo de individuos inclinados a votar para cierto proyecto. Votan por orden. Tan pronto como una mayoría (4) ha votado por él, se declara aceptado, y al miembro que vota el último se le acredita como aceptante. Escojamos el orden de voto de los miembros al azar. Luego debemos computar la frecuencia con que un individuo pertenece al grupo cuyos votos son usados y, lo que es más importante, debemos computar con qué frecuencia es "pivotal". Este último número sirve para darnos nuestro índice. Se mide el número de veces que la acción del individuo cambia el estado de los negocios. Una simple consecuencia de este esquema formal es que cuando todos los votantes tienen el mismo número de votos, cada uno será acreditado con un enésimo del poder, habiendo n participantes. Si tienen un número diferente de votos (como en el caso de accionistas de una corporación), el resultado es más complicado; más votos significa más poder.

(1) Von Neuman, J. y Morgenstern, O: "Theory of Games and Economic Behavior", (Princeton, 1944, 1953), págs. 420 ff.

(2) Arro, K.L.: "Social Choice and Individual Values", (New York 1951), pág. 7.

(3) Para una breve discusión de algunos de los factores en stock de votos: H.G. Dougall, "Corporate Financial Policy", (New York, 1948), págs. 56-61.

(4) Más generalmente, una coalición mínima vencedora.

Por supuesto, el actual procedimiento de votación usado será con toda probabilidad completamente diferente que el de arriba. La "votación" del esquema formal puede ser, no obstante, como declaraciones de soporte para el proyecto, y el orden de votación escogido al azar como una indicación de los grados relativos de soporte, por los diferentes miembros, con los más entusiastas miembros "votando" primero, etc. El "pivot" es el último miembro del soporte, necesario para asegurar que el proyecto se aprueba.

Analizando una función "tie-breaking" del presidente del comité en este caso, vemos que en un comité impar es "pivotal" con la misma frecuencia que un miembro ordinario, pero en un comité par no es nunca "pivotal". Sin embargo, cuando el número de miembros es grande, puede a veces ser mejor modificar la interpretación estricta del sistema formal, y decir que el número de miembros presentes es más o menos igual siendo par que impar. El índice del presidente sería exactamente la mitad que un miembro ordinario. Así, en el Senado de U.S. el índice de poder del oficial presidente es —estrictamente— igual a $1/97$. Bajo el esquema modificado es $1/193$ (pues si es 0 bajo esta interpretación, cuando estamos considerando decisiones relativas a una mayoría de 2 tercios, sin lazos, no puede ocurrir en tales votos). La historia reciente muestra que el modelo "estricto" puede, algunas veces, ser más realista: en el Senado actual (1953-1954) el poder "tie-breaking" del vicepresidente, teniendo en cuenta que 96 es un número par, viene a ser un factor muy significativo. Sin embargo en la legislación ordinaria, donde la perfecta presencia debe ser par para una importante decisión, el esquema modificado es probablemente más apropiado.

En el caso del Congreso tenemos que considerar tres cuerpos separados con influencia del destino de la legislación. Se requiere mayoría de Senado y Casa, con el presidente, o mayoría de dos tercios de Senado y Casa sin el presidente, para establecer un proyecto. Tomemos todos los miembros de los tres cuerpos y consideremos que votamos ⁽⁵⁾ por el proyecto por cada orden posible. En cada orden observamos las posicio-

nes relativas de la mayoría más grande, el "pivotal" en la Casa y en el Senado y el presidente, y también en la mayoría de dos tercios el hombre "pivotal" en la Casa y en el Senado. Uno de estos cinco individuos será el "pivot" para cada voto, dependiendo del orden en que aparecen. Por ejemplo, si el presidente viene después de dos "pivots" de la mayoría más grande, pero antes de uno o dos "pivots" de dos tercios de mayoría, entonces consigue el crédito para la aprobación del proyecto. La frecuencia de este caso, si consideramos los dos posibles órdenes (de los 533 individuos involucrados), resulta ser muy cercana a $1/6$. Este es el índice de poder del presidente (el cálculo de este valor y el siguiente es bastante complicado y no vamos a darlo ahora). Los valores para la Casa como tal y para el Senado son ambos iguales a $5/12$, aproximadamente. Los miembros individuales de cada cámara distribuyen estas cantidades equitativamente, con la excepción de los oficiales del presidente. Bajo nuestro esquema "modificado" cada uno consigue cerca del 30 por 100 del poder de un miembro ordinario; bajo el esquema "estricto", cerca del 60 por 100. En breve, así, los índices de poder en los tres cuerpos están en la proporción 5:5:2. Los índices por un congresista simple, un senador simple, y el presidente están en la proporción 2:9:350.

En un sistema multicameral tal como hemos investigado, es claramente más fácil echar abajo una medida que pasarla ⁽⁶⁾. Una coalición de senadores, suficientemente numerosa, puede bloquear el paso de cualquier proyecto, pero no puede empujar un proyecto de su propiedad sin ayuda de otra cámara. Esto sugiere que nuestro rápido análisis no ha sido completo, que necesitamos un índice de "poder bloqueador" para suplemento del índice definido anteriormente. Para este fin, podemos levantar un esquema formal similar al anterior: clasificar a los individuos en todos los órdenes posibles e imaginables lanzando votos negativos.

En cada arreglo, se determina la persona que vota finalmente, echa abajo el proyecto y da

(6) Esta declaración se puede poner en la forma numérica sin dificultad, o dar una descripción cuantitativa de la "eficiencia" de la legislatura.

(5) En el sentido formal arriba descrito.

crédito para el bloqueo. Así el índice "del poder de bloqueo" para cada persona sería el número relativo de veces que fue "bloqueador".

Es de destacar el hecho de que el nuevo índice es exactamente igual al de nuestra definición original. También podemos hacer una afirmación más profunda: cualquier esquema para imputar poder entre los miembros de un sistema de comité, produce el índice de poder definido arriba o conduce a una inconsistencia lógica. Una prueba o formulación precisa de esta asertación nos introduciría profundamente en simbolismos excesivamente matemáticos para el propósito del presente artículo (7). Pero podemos concluir que el esquema que hemos estado usando (clasificar los individuos en todos los órdenes posibles, etc.) es sólo un plan conceptual conveniente; los índices que surgen no son peculiares del plan, pero representan un elemento básico del mismo sistema del comité.

Ahora sumemos algunas de las propiedades generales del índice de poder. En el sistema puro bicameral, usando simple mayoría de votos, cada cámara tiene igual poder, independiente de los tamaños relativos. Con más de dos cámaras, el poder varía inversamente con el tamaño: el cuerpo más pequeño es más poderoso, etc. Pero ninguna cámara es completamente poderosa, y ninguna cámara tiene más del 50 por 100 del poder. Para ilustrarlo, tomemos el Congreso sin la facultad de veto del presidente por dos tercios de mayoría. Esto es ahora un sistema tricameral puro, con cámaras de los tamaños de 1,97 y 435. Los valores serían: ligeramente bajo el 50 por 100 para el presidente, y aproximadamente el 25 por 100 para el Senado y Casa respectivamente, con la Casa ligeramente menor que el Senado. El cálculo exacto de este caso es bastante complicado a causa de los grandes números que se manejan. Un ejemplo más fácil se obtiene tomando el tamaño de las cámaras co-

mo 1,3 y 5. Así la división del poder es la proporción de 32:27:25. El cálculo se realizará al final de este artículo.

La división del poder en un sistema multicameral también dependerá del tipo de mayoría requerida para pasar el proyecto. Aumentando la mayoría en una cámara (p. ej., de una mitad a dos tercios) aumenta el poder relativo de dicha cámara (8). Aumentando la mayoría requerida en todas las cámaras simultáneamente, se debilita la Casa o Casas más pequeñas a expensas de la mayor. En el caso extremo, cuando la unanimidad es requerida en cada casa, cada individuo en cada legislatura tiene que aumentar un voto, y es tan poderoso como cualquier otro individuo. El índice de poder en cada cámara es así directamente proporcional a su tamaño.

Debemos examinar este efecto ulterior considerando un sistema consistente de un gobernador y un consejo. Ambos, el gobernador y algunas fracciones específicas del consejo, tienen que aprobar un proyecto antes de que éste pueda pasar. Supongamos primero que la aprobación del consejo debe ser por unanimidad. Así (como decíamos antes) el gobernador no tiene más poder que el consejero típico. La división del poder bicameral está en la razón 1:N, si decimos que N es el número de consejeros. Si se adopta una mayoría simple, la razón se convierte en 1:1 entre el gobernador y el consejo. Esto es, el gobernador tiene N veces el poder de un consejero. Ahora supongamos que es necesaria la aprobación de sólo un miembro del consejo. Esto significa que un consejero individual tiene muy pocas probabilidades de convertirse en "pivotal". De hecho el poder de división se convierte en N:1 a favor del gobernador (9). Si los votos se vendieran, debemos aho-

(7) La formulación matemática y la prueba se dan en el L.S. Shapley, "A value for N-Person Games", *Annals of Mathematics Study*, núm. 28, (Princeton, 1953), págs. 307-317. Se establece fácilmente, cualquier simetría (iguales índices de poder para miembros en iguales posiciones bajo los papeles) o "additivity" (distribución del poder en sistema de comité compuesto de dos partes estrictamente independientes igual como las distribuciones de poder obtenidas evaluando las partes separadamente).

(8) Como norma general, si un componente de un sistema de comité (en el cual es necesaria la aprobación de todos los componentes) es menos "eficiente" —p.ej., más susceptible de bloquear la maniobra— cuando su promedio del poder total se vea incrementado.

(9) En el caso general la proporción es $N:M + 1:M$, donde M representa el número de consejeros requerido para la aprobación.

(10) Si hay dos o más intereses grandes, la distribución del poder depende de un muy complicadísimo cálculo entre los tamaños de los intereses grandes.

ra esperar que el precio del gobernador sea N^2 veces tan alto como el precio medio del consejero.

Se pueden dar algunos ejemplos de distribución: los índices revelan la naturaleza decisiva del poder del veto en el Consejo de Seguridad de las Naciones Unidas. El Consejo consiste en once miembros, 5 de los cuales tienen derecho a veto. Para pasar una solución sustantiva, debe haber siete votos afirmativos y ningún veto. Nuestra evaluación de poder da $76/77$ ó $98,7$ por 100 al "Big Five" y $1/77$ ó $1,3$ por 100 para los restantes seis miembros. Individualmente los miembros del "Big Five" juntan más de 90 a 1 de ventaja sobre los otros.

Es bien conocido que generalmente sólo una pequeña fracción del grupo es necesaria para controlar una sociedad. El grupo de poder es generalmente necesario para unir suficientes comisiones que permitan mantener su posición. Aún si esto no fuera así, el poder de los accionistas no es directamente proporcional a sus posesiones, pero generalmente puede desviarse a favor de un interés mayor. Consideremos que un hombre posee el 40 por 100 de un stock del cual el resto (60+), está dispersado entre 600 pequeños accionistas, con 0,1 por 100 cada uno. El índice de poder de la mayor posesión es 66,6 por 100, por cuanto las pequeñas posesiones son menores que 0,06 por 100 por persona. El 400:1 de razón en posesiones produce una ventaja de poder mejor que 1.000:1.

* * *

Los valores en los ejemplos dados arriba no excluyen la significación que supone la superestructura política o sociológica que invariablemente existe en una estructura o política del tribunal. No intentaron ser una representación de la "realidad" del día presente. Sería una locura esperar el intento de considerar todas las sutiles sombras y matices de costumbres y procedimientos que se han de encontrar en los cuerpos más reales de decisión. Sin embargo, la

medida del índice de poder puede ser útil en la puesta en marcha de normas o leyes, cuya cuantía nos servirá como medida de, por ejemplo, solidaridad política y partidismos regionales o sociológicos en una asamblea. Para hacer esto necesitamos un índice de poder empírico, para compararlo con el teórico. Una posibilidad es la siguiente: se toma el record de votación de un individuo. No se da crédito por estar en el último lugar de la votación. Si está en el lado vencedor, cuando otros votan con él, probablemente juzgará que ha venido siendo el "pivó" (o bloqueador, en el caso de una moción destructora), el cual es $1/n + 1$. Las probabilidades están comparadas con todos los votos. Se puede demostrar que esta medida da mayor firmeza que las normas establecidas por los miembros de no comité que tienen el "balance del poder" entre hechos extremos. Por ejemplo, en un comité de nueve hombres que contiene dos partidos de cuatro hombres que se oponen siempre el uno al otro, el único miembro no comité estará siempre en el lado vencedor, y tendrá un índice observado de $1/5$, comparado al valor teórico de $1/9$.

Una dificultad en aplicar las medidas anteriores es el problema de encontrar el peso correcto para juntar las diferentes salidas. Obviamente sería adecuado tomar una comparación uniforme para todos los votos, por lo que existirá una gran desigualdad en la importancia de las salidas que se ofrecen a un voto. Por otra parte, en una legislatura bicameral (o en cualquier sistema más complicado), pueden ser decididas muchas e importantes salidas, sin que todos los miembros tengan oportunidad de ventaja con su posición. Hay otras muchas dificultades prácticas en el camino de la aplicación directa del tipo mencionado. Aun así, el índice de poder parece ofrecer información útil concerniente al designio básico de las asambleas legislativas y tribunales de "policy-making".

APENDICE

Se da a continuación la evaluación de la distribución del poder para una legislatura tricameral con Casas de 1,3 y 5 miembros:

Hay 504 arreglos de cinco X, tres de 0, y uno ϕ , es igualmente probable si los nueve miembros están ordenados al azar. En la si-

Hablando generalmente, sin embargo, los pequeños poseedores están en mejor posición que en el caso previo. Si hay dos grandes intereses, iguales en tamaño, los pequeños poseedores tienen actualmente una ventaja sobre los grandes poseedores, en un poder por bases proporcionales. Esto sugiere que tal situación es altamente inestable.

guiente tabulación, los números indican permutaciones de predecesores () y sucesores [] del "pivot" final, marcado con un asterisco. Los puntos indican los "pivots" de las tres diferentes Casas.

Los índices de poder para las Casas son 192/504, 162/504 y 150/504, y éstos están en la proporción 32:27:25, siendo más fuerte la Casa más pequeña. Los poderes de los miembros individuales son de 32:9:9:9:5:5:5:5.

$$\left. \begin{array}{l} 0 \dot{0} 0 X X \dot{\phi} \dot{X} X X \\ (60) \quad [1] \\ 0 \dot{0} X X \dot{\phi} \dot{X} 0 X X \\ (30) \quad * [3] \end{array} \right\} \begin{array}{l} 150 \\ \text{pivots} \\ \text{por X} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 0 X X \dot{X} X X \dot{\phi} \dot{0} 0 \\ (42) \quad * [1] \\ \dot{0} X X \dot{X} X \dot{\phi} \dot{0} 0 X \\ (30) \quad * [2] \\ 0 X X \dot{X} \dot{\phi} \dot{0} 0 X X \\ (20) \quad * [3] \end{array} \right\} \begin{array}{l} 162 \\ \text{pivots} \\ \text{por 0} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 0 \dot{0} 0 X X \dot{X} X X \dot{\phi} \\ (56) \quad * \\ 0 \dot{0} 0 X X \dot{X} X \dot{\phi} X \\ (35) \quad [1] \\ 0 \dot{0} 0 X X \dot{X} \dot{\phi} X X \\ (20) \quad * [1] \\ 0 \dot{0} X X \dot{X} X X \dot{\phi} 0 \\ (21) \quad * [1] \\ 0 \dot{0} X X \dot{X} X \dot{\phi} 0 X \\ (15) \quad * [2] \\ 0 \dot{0} X X \dot{X} \dot{\phi} 0 X X \\ (12) \quad * [3] \end{array} \right\} \begin{array}{l} 192 \\ \text{pivots} \\ \text{por } \phi \end{array}$$